

چهار روش ساده جهت تعیین وزن موضعی و کلی گزینه‌ها در فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی

نویسندگان: محمدحسین آرمان*^۱، دکتر جمشید صالحی صدقیانی^۲، اکرم
بتوخته^۳ و اعظم جلیلی^۴

۱. عضو هیئت علمی پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات اجتماعی جهاد دانشگاهی
۲. دانشیار گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبایی
۳. عضو هیئت علمی پژوهشگاه علوم انسانی و مطالعات اجتماعی جهاد دانشگاهی
۴. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی - دانشگاه علامه طباطبایی

*E-mail: hosein.arman@yahoo.com

چکیده

هرگاه عمل تصمیم‌گیری با چند گزینه و چند معیار روبه‌رو باشد، می‌توان از روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی (AHP) استفاده کرد. این روش دارای یک ساختار سلسله مراتبی است و اساس آن بر مقایسه زوجی معیارها و همچنین مقایسات زوجی گزینه‌ها (نسبت به هر معیار) نهفته است. این روش جهت استفاده از اعداد فازی نیز توسعه یافته است. در این مقاله ضمن معرفی برخی از این روش‌ها، روش جدیدی نیز جهت استفاده از AHP به صورت فازی ارائه گردیده است. در این روش ابتدا وزن موضعی عناصر فازی ماتریس‌های مقایسات زوجی (از بسط فازی روش‌های تقریبی) محاسبه شده و سپس از تلفیق این اوزان موضعی، وزن کلی هر گزینه به دست می‌آید. جهت روشن شدن این روش یک مثال عددی نیز آورده شده است.

کلید واژه‌ها: فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی، روش‌های تقریبی، وزن موضعی، وزن کلی، نرمالیزه کردن فازی

دانشور

رفتنار

مدیریت و پیشرفت

Management and
Achievement

• دریافت مقاله: ۸۴/۱۰/۲۴

• پذیرش مقاله: ۸۸/۱۲/۲۴

Scientific-Research Journal
Of Shahed University
Seventeenth Year, No.41
Jun.-Jul. 2010

دوماهنامه علمی - پژوهشی

دانشگاه شاهد

سال هفدهم - دوره جدید

شماره ۴۱

تیر ۱۳۸۹

مقدمه

فرایند تحلیل سلسله مراتبی (Analytic Hierarchy Process) یکی از معروفترین فنون تصمیم‌گیری چند شاخصه است که توسط توماس ال-ساعتی (Thomas L. Saaty) در دهه ۱۹۷۰ ابداع گردید. اساس این روش بر مقایسات زوجی (به صورت نرخ نهایی جانشینی) نهفته است [۱]. از مزایای این روش می‌توان به کنترل سازگاری (Consistency) تصمیم اشاره کرد. به عبارت دیگر در فرایند تحلیل سلسله مراتبی، همواره می‌توان میزان سازگاری تصمیم را محاسبه نمود و نسبت به خوب و بد بودن و یا قابل قبول و مردود بودن آن قضاوت کرد. محاسبه وزن در AHP در دو قسمت جداگانه مورد بحث قرار می‌گیرد: وزن موضعی (Local Priority) و وزن کلی (Overall Priority). وزن به دست آمده برای گزینه‌ها از هر جدول مقایسه زوجی، وزن موضعی گزینه‌ها در آن جدول می‌باشد. اما وزن کلی هر گزینه، وزن نهایی آن می‌باشد که از تلفیق وزن‌های موضعی محاسبه می‌گردد.

در روش AHP باید ابتدا وزن موضعی گزینه‌ها از هر جدول مقایسه زوجی استخراج گردد تا از تلفیق آنها وزن کلی هر گزینه به دست آید. اما روش محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها در یک جدول مقایسه زوجی، بستگی به سازگار یا ناسازگار بودن آن جدول دارد. به عبارت دیگر اگر جدول مقایسه زوجی سازگار باشد، وزن موضعی گزینه‌ها از نرمالیزه کردن عناصر هر ستون این جدول به دست می‌آید. اما اگر جدول مقایسه زوجی ناسازگار باشد، به منظور محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها می‌توان از روش‌های زیر استفاده کرد:

۱. روش حداقل مربعات (Least Squares Method)

۲. روش حداقل مربعات لگاریتمی (Logarithmic Least Squares Method)

۳. روش بردار ویژه (Eigenvector Method)

۴. روش‌های تقریبی (Approximation Methods)

محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها با استفاده از سه روش اول دارای محاسبات پیچیده می‌باشد، بنابراین برخی روش‌های تقریبی برای این منظور پیشنهاد شده است که محاسبات کمتر و ساده‌تری دارند. عمده این روش‌ها عبارتند از:

۱. روش مجموع سطری

۲. روش مجموع ستونی

۳. روش میانگین حسابی

۴. روش میانگین هندسی

هر چند مقادیر وزن‌ها در چهار روش فوق متفاوت به دست می‌آید، اما نحوه اولویت‌ها تفاوتی نمی‌کند. همچنین اگر ماتریس مقایسه زوجی سازگار باشد، هر چهار روش جواب یکسان خواهند داشت. پس از محاسبه وزن موضعی عناصر تمام ماتریس‌های مقایسات زوجی، وزن کلی گزینه‌ها محاسبه می‌شود. وزن کلی هر گزینه در یک فرایند سلسله مراتبی، از مجموع حاصل ضرب اهمیت معیارها در وزن گزینه‌ها به دست می‌آید [۲].

هر چند ساعتی روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی را بر اساس تحلیل مغز انسان برای مسائل پیچیده و فازی پیشنهاد کرده است، اما در این روش مستقیماً از اعداد فازی استفاده نکرده و فازی بودن را به صورت غیرمستقیم و در ترجیح گزینه‌ها نسبت به هم استفاده می‌نماید [۳]. جهت به کارگیری فرایند تحلیل سلسله مراتبی به صورت فازی، روش‌هایی پیشنهاد شده است. این روش‌ها رویکردهای سیستماتیکی برای مسأله ترجیح و انتخاب گزینه‌های مختلف با استفاده از مفاهیم

$$[a_1, a_3] - [b_1, b_3] = [a_1 - b_1, a_3 - b_3]$$

$$[a_1, a_3] \cdot [b_1, b_3] = [a_1 \cdot b_1, a_3 \cdot b_3]$$

$$[a_1, a_3] + [b_1, b_3] = [a_1 + b_1, a_3 + b_3]$$

$$[a_1, a_3]^{-1} = \left[\frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_1} \right]$$

اعمال ریاضی برای بازه‌ها قابل تعمیم برای اعداد فازی نیز می‌باشد. اعداد فازی نیز که تعمیمی از اعداد معمولی هستند، دارای انواع مختلفی بوده و دو عدد متعارف آن، عدد فازی مثلثی و عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشند. عدد فازی $\tilde{A} = (a, b, c)$ را یک عدد فازی مثلثی گویند به طوری که تابع عضویت آن در بازه $[a, b]$ اکیداً صعودی و برابر با $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{x-a}{b-a}$ و در بازه $[b, c]$ اکیداً نزولی و برابر با $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{c-x}{c-b}$ باشد. b بُعد میانی و a و c به ترتیب بعد چپ و بعد راست عدد فازی مثلثی می‌باشند.

همچنین عدد فازی $\tilde{A} = (a, b, c, d)$ را یک عدد فازی ذوزنقه‌ای گویند به طوری که تابع عضویت آن در بازه $[a, b]$ اکیداً صعودی و برابر با $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{x-a}{b-a}$ ، در بازه $[b, c]$ واحد و یکسان، و در بازه $[c, d]$ اکیداً نزولی و برابر با $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{d-x}{d-c}$ باشد. b و c دو بُعد میانی و a و d به ترتیب بعد چپ و بعد راست عدد فازی ذوزنقه‌ای می‌باشند.

فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی: مرور ادبیات تحقیق

جهت به کارگیری فرایند تحلیل سلسله مراتبی به صورت فازی، روش‌های متعددی پیشنهاد شده است. از اولین تلاش‌ها برای فازی کردن AHP می‌توان به روش ارائه شده توسط دو محقق هلندی به نامهای لارهوون و پدریز (Pedrycz & Laarhoven) در ۱۹۸۳ اشاره کرد که بر اساس روش "حداقل مربعات لگاریتمی" بنا شده بود. اما

تئوری مجموعه‌های فازی و تحلیل ساختار سلسله مراتبی هستند [۴].

در این مقاله، ابتدا برخی از روش‌های ارائه شده جهت استفاده از اعداد فازی در فرایند تحلیل سلسله مراتبی معرفی شده و سپس روش دیگری بدین منظور ارائه می‌گردد. این روش در واقع بسط یافته روش‌های تقریبی محاسبه وزن موضعی عناصر ماتریس مقایسه زوجی، جهت استفاده از اعداد فازی می‌باشد.

تئوری مجموعه فازی

عسگری زاده در ۱۹۶۵ برای بیان متغیرهای زبانی و مفاهیم تقریبی به صورت کمی «تئوری مجموعه فازی» را مطرح نمود. این تئوری بیان می‌کند که اگر X مجموعه مرجع باشد، آنگاه مجموعه فازی \tilde{A} در X به صورت مجموعه دو عضوی $\mu_{\tilde{A}}(x) = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x) | x \in X\}$ بیان می‌شود که \tilde{A} بیانگر درجه عضویت x در مجموعه فازی \tilde{A} و عددی بین صفر تا یک است. به عبارت دیگر x جزو مجموعه فازی \tilde{A} با یک درجه عضویت است. جهت به کارگیری مفاهیم ریاضی قطعی در مجموعه‌های فازی از اصل گسترش استفاده می‌شود. این اصل از مفاهیم اساسی تئوری مجموعه‌های فازی بوده و کاربرد آن در تعمیم عملگرهای جبری و تعریف این عملگرها برای اعداد فازی می‌باشد. از آنجا که ریاضیات اعداد فازی مبتنی بر ریاضیات بازه‌ها است، در ذیل نحوه تعمیم برخی از عملگرهای ریاضی بر دو بازه A و B نشان داده شده است. این روابط برای بازه‌های مثبت در نظر گرفته شده است [۱].

$$\forall a_1, a_3, b_1, b_3 \in R^+, A = [a_1, a_3], B = [b_1, b_3]$$

$$[a_1, a_3] + [b_1, b_3] = [a_1 + b_1, a_3 + b_3]$$

تعداد محاسبات و پیچیدگی مراحل این روش باعث شده است که چندان مورد استفاده قرار نگیرد [۵]. بنابراین روش‌های ساده‌تری جهت بکار بردن AHP به صورت فازی توسعه یافت که از آن جمله می‌توان به روش ارائه شده توسط باکلی (Buckley) در ۱۹۸۵ اشاره کرد. در این روش از اعداد فازی ذوزنقه‌ای (Trapezoidal Fuzzy Numbers) و جهت محاسبه اوزان نیز از میانگین هندسی استفاده می‌شود [۶]. استم (Stam) و دیگران در ۱۹۹۶ چگونگی توسعه تکنیک هوش مصنوعی را جهت تعیین یا تقریب رتبه‌بندی ترجیحات در AHP بررسی کردند. آنها نتیجه گرفتند که فرموله‌بندی شبکه‌های عصبی پیش‌رو، ابزار قدرتمندی جهت تحلیل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره با گزینه‌های گسسته و قضاوت‌های ترجیحی مبهم یا نامعین هستند [۷]. چنگ (Chang) در ۱۹۹۶ روش جدیدی را جهت به کارگیری AHP به صورت فازی تحت عنوان روش تحلیل توسعه‌ای یا روش EA (Extent Analysis Method) ارائه کرد که اعداد مورد استفاده در این روش، اعداد فازی مثلثی (Triangular Fuzzy Numbers) بودند [۸]. چینگ-هسو (Ching-Hsue) در ۱۹۹۷ نیز الگوریتم جدیدی را جهت ارزیابی سیستم‌های تاکتیکی پرتاب موشکی، بوسیله فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی و بر مبنای درجه‌بندی ارزش توابع عضویت پیشنهاد کرد [۹]. وک (Weck) و دیگران در ۱۹۹۷ با افزودن ریاضیات منطق فازی به روش کلاسیک AHP، روشی را جهت ارزیابی گزینه‌های متفاوت دوره تولیدی ارائه کردند. در این روش، ارزیابی هر دوره تولیدی به صورت یک مجموعه فازی به دست می‌آید. سپس این ارزیابی‌های فازی با شکل دهی مرکز ثقل هر

مجموعه فازی، غیرفازی شده و در نهایت دوره‌های متناوب تولیدی با توجه به هدف اصلی مسأله، به ترتیب رتبه‌بندی می‌شوند [۱۰]. کاهرامان (Kahraman) و دیگران در ۱۹۹۸ از یک روش عینی و ذهنی فازی، جهت به دست آوردن اوزان گزینه‌ها از AHP و انجام یک ارزیابی موزون فازی استفاده کردند [۱۱]. دنگ (Deng) در ۱۹۹۹ رویکردی فازی را برای حل مسائل تحلیلی چند شاخصه کمی به صورت یک روش ساده ارائه کرد [۱۲]. لی (Lee) و دیگران در ۱۹۹۹ ایده‌های پایه‌ای AHP را مرور کرده و بر مبنای این ایده‌ها، مفهوم بازه مقایسه‌ای را معرفی کردند. سپس بر اساس بهینه‌سازی احتمالی، یک متدولوژی را جهت دستیابی به سازگاری کلی و وفق‌سازی با طبیعت فازی فرایند مقایسه، پیشنهاد کردند [۱۳]. چنگ (Cheng) و دیگران در ۱۹۹۹ روش جدیدی را برای ارزیابی سیستم‌های جنگ‌افزاری، با روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی و بر اساس وزن متغیرهای زبانی پیشنهاد کردند [۱۴]. ژو (Zhu) و دیگران در ۱۹۹۹ مبحثی را بر روش تحلیلی توسعه یافته و کاربردهای AHP فازی ارائه کردند [۱۵]. چن (Chan) و دیگران در ۲۰۰۰ برای انتخاب تکنولوژی، الگوریتمی ارائه کردند که هر دو مزایای ملموس و غیر ملموس محیط فازی را به صورت کمی تبدیل می‌کرد و بر این اساس یک کاربرد از تئوری مجموعه‌های فازی را در تحلیل ساختار سلسله مراتبی و ارزیابی‌های اقتصادی توضیح دادند. آنها با یکپارچه‌سازی سلسله مراتب، وزن هر گزینه تکنولوژی را که شاخص مناسب فازی نامیده می‌شد، کسب کرده و با رتبه‌بندی این شاخص‌های مناسب فازی، رتبه و ترجیحات تکنولوژی‌های مختلف را به دست آوردند. از دیدگاه ارزیابی اقتصادی، یک تحلیل جریان نقدی

برای مواجهه با عدم قطعیت فرایند ارزیابی خدمات پیشنهاد کردند. در این رویکرد برخلاف تکنیک‌های اولویت بندی فازی شناخته شده، وزن‌های استخراج شده از ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی، وزن‌های قطعی هستند و بنابراین در این رویکرد نیازی به استفاده از روش‌های رتبه‌بندی فازی نمی‌باشد [۲۲].

از آن‌جا که اساس روش‌های ارائه شده برای فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی بر نرمالیزه کردن فازی مبتنی است، لذا برخی محققین به بسط و توسعه رویکردهای نرمالیزه کردن فازی پرداخته‌اند که از آن جمله می‌توان به تحقیقات چنگ و لی (Chang & Lee) در ۱۹۹۵ اشاره کرد. این محققین براساس تعریف نرمال سازی فازی و مفهوم سازگاری در شرایط فازی، رویکردهای جدیدی را به منظور نرمال سازی فازی ارائه نمودند [۲۳].

وَنگ و الهانگ (Wang & Elhang) در ۲۰۰۶ نیز بیان نمودند که روش‌های نرمالیزه سازی موجود که بر مبنای ریاضیات بازه‌ای و ریاضیات فازی ارائه شده‌اند، دارای اشکال بوده و می‌بایست در آنها تجدید نظر صورت پذیرد. در نتیجه روش‌های فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی نیز که براساس این نوع نرمالیزه سازی‌ها توسعه یافته‌اند، نادرست می‌باشند. آنها همچنین روش صحیح نرمالیزه کردن بازه‌ها و وزن‌های فازی را ارائه کردند [۲۴].

بسط روش فرایند تحلیل سلسله

مراتبی جهت به کارگیری اعداد فازی

همان‌طور که بیان گردید محاسبه وزن در AHP در دو قسمت جداگانه مورد بحث قرار می‌گیرد: وزن موضعی و وزن کلی. وزن موضعی از ماتریس مقایسه زوجی به دست می‌آید، درحالی‌که وزن کلی وزنی نهایی هر گزینه می‌باشد که از تلفیق وزن‌های موضعی

فازی به کار رفته است [۱۶]. چن (Chan) و دیگران در ۲۰۰۰ رویکردی را جهت طراحی سیستم‌های تولیدی انعطاف پذیر ارائه کردند که در آن از تلفیق روش شبیه سازی و تکنیک‌های تصمیم گیری چند معیاره استفاده می‌شد. در این رویکرد ابتدا با استفاده از روش‌های شبیه سازی به بررسی ویژگی انواع طراحی سیستم‌های تولیدی پرداخته شده و سپس جهت تحلیل خروجی مدل‌های شبیه سازی و انتخاب مناسب ترین گزینه طراحی، از روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی استفاده شده است [۱۷]. لیونگ و کائو (Leung & Cao) در ۲۰۰۰ انحراف مجازی را در تعیین وزن موضعی گزینه‌ها در فرایند تحلیل سلسله مراتبی پیشنهاد کردند. در این رویکرد انحرافات مجاز به صورت تولرانس فازی و به عنوان محدودیت‌هایی برای مقایسات گزینه‌ها و تعیین وزن موضعی آنها فرموله می‌شوند. در نهایت گزینه‌ها بر اساس وزن کلی و با استفاده از روش رتبه بندی حداکثر - حداقل، رتبه بندی می‌شوند [۱۸]. کوئو (Kuo) و دیگران در ۲۰۰۲ یک سیستم پشتیبانی از تصمیم را به منظور مکان یابی یک انبار جدید پیشنهاد کردند که اولین مرحله از این سیستم، ارائه رویکرد جدیدی از فرایند تحلیل سلسله مراتبی برای داده‌های فازی است [۱۹]. سبسی (Cebeci) در ۲۰۰۱ و سبسی و کاهرامان (Cebeci & Kahraman) در ۲۰۰۲ رضایت مشتریان از شرکت‌های خدماتی خواروبار در ترکیه را با استفاده از فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی اندازه گیری کردند [۲۰ و ۲۱]. همچنین کاهرامان (Kahraman) و دیگران در ۲۰۰۴ نیز روشی را جهت انتخاب تأمین کننده بر پایه AHP فازی ارائه کرده‌اند [۴]. میخایلوف و تسوتینوف (Tsvetinov & Mikhailov) در ۲۰۰۴ رویکرد جدیدی را

$$n_i = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$$

که در آن عدد هنجار شده n_i از تقسیم عدد a_i بر مجموع کل اعداد (n عدد) حاصل می‌شود. حال اگر این فرمول جهت هنجارسازی اعداد فازی تعمیم داده شود، فرم عمومی آن به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$\tilde{N}_i = \frac{\tilde{A}_i}{\sum_{i=1}^n \tilde{A}_i}$$

که در آن عدد فازی هنجار شده \tilde{N}_i از تقسیم عدد فازی \tilde{A}_i بر مجموع کل اعداد فازی حاصل می‌شود. اما با توجه به اینکه عدد \tilde{N}_i یک عدد فازی است، لذا باید ابعاد آن مشخص گردد که این امر به نوع عدد فازی \tilde{A}_i بستگی دارد. مثلاً اگر n عدد فازی مثلثی به صورت $\tilde{A}_i = (a_i, b_i, c_i), i=1,2,\dots,n$ مفروض باشند، آنگاه عدد فازی هنجار شده \tilde{N}_i از حاصل تقسیم زیر به دست می‌آید:

$$\tilde{N}_i = \frac{(a_i, b_i, c_i)}{(\sum_{i=1}^n a_i, \sum_{i=1}^n b_i, \sum_{i=1}^n c_i)}$$

اما مخرج این کسر از جمع n عدد فازی مثلثی حاصل شده و بنابراین خود نیز یک عدد فازی مثلثی است. بنابراین با استفاده از رابطه ریاضی تقسیم بین اعداد فازی مثلثی، می‌توان نتیجه گرفت که عدد فازی نرمالیزه شده \tilde{N}_i برابر است با:

$$\tilde{N}_i = \left(\frac{a_i}{\sum_{i=1}^n c_i}, \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n b_i}, \frac{c_i}{\sum_{i=1}^n a_i} \right)$$

حال اگر n عدد فازی ذوزنقه‌ای به صورت $\tilde{A}_i = (a_i, b_i, c_i, d_i), i=1,2,\dots,n$ مفروض باشند، آنگاه عدد فازی هنجار شده \tilde{N}_i از تقسیم عدد فازی ذوزنقه‌ای \tilde{A}_i بر مجموع کل اعداد فازی ذوزنقه‌ای (که خود یک عدد فازی ذوزنقه‌ای است) و به صورت زیر محاسبه می‌گردد:

محاسبه می‌گردد. یکی از راه‌های محاسبه وزن موضعی استفاده از روش‌های تقریبی است. در این بخش، هدف توسعه این روش‌های تقریبی جهت محاسبه وزن موضعی عناصر فازی ماتریس‌های مقایسات زوجی و در نهایت محاسبه وزن کلی هر گزینه می‌باشد. اما از آنجا که اساس روش‌های تقریبی ذکر شده در این مقاله بر نرمالیزه کردن اعداد جداول مقایسات زوجی مبتنی است، لذا در ابتدا می‌بایست روشی جهت نرمالیزه کردن اعداد فازی ارائه گردد و سپس به معرفی روش جدید فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی پرداخته شود. در ضمن ساختار استفاده شده در این مقاله، یک ساختار رده‌ای سه سطحی است که اولین سطح از آن شامل هدف تصمیم‌گیری، و سطح دوم و سوم آن به ترتیب شامل معیارها (شاخص‌ها) و گزینه‌های مفروض از مسأله می‌باشند. هر گزینه تحت تأثیر هر یک از شاخص‌های موجود در سطح دوم می‌باشد و ماتریس ارجحیت آنها به ازای هر یک از شاخص‌های موجود در سطح دوم باید محاسبه گردد. در نهایت اوزان پایین‌ترین سطح (گزینه‌ها) نسبت به کل سیستم تصمیم‌گیری، از حاصل ضرب اوزان فازی ماتریس سطح دوم در اوزان فازی ماتریس‌های سطح سوم به دست می‌آید.

نحوه هنجارسازی (Normalization) اعداد فازی

در این بخش روش جدیدی به منظور هنجارسازی اعداد فازی ارائه می‌گردد که ویژگی بارز آن، تعمیم روش هنجارسازی اعداد قطعی به منظور هنجارسازی اعداد فازی با استفاده از اصل گسترش (Extention Principle) می‌باشد. به عبارت دیگر برای هنجارسازی اعداد قطعی از فرمول زیر استفاده می‌شود:

بسط روش‌های تقریبی جهت تعیین وزن موضعی و کلی گزینه‌ها در فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی

وزن موضعی از ماتریس مقایسه زوجی و از راه‌های مختلف به دست می‌آید. یکی از راه‌های محاسبه وزن موضعی استفاده از روش‌های تقریبی است. در این قسمت به بسط و توسعه چهار روش تقریبی محاسبه وزن موضعی عناصر ماتریس مقایسه زوجی، جهت استفاده از اعداد فازی مثلثی و دوزنقه‌ای پرداخته می‌شود. بعد از به دست آوردن وزن موضعی عناصر ماتریس‌های مقایسات زوجی، وزن کلی گزینه‌ها محاسبه می‌شود. وزن کلی هر گزینه در یک فرایند سلسله مراتبی، از مجموع حاصل ضرب اهمیت معیارها در وزن گزینه‌ها به دست می‌آید. بنابراین وزن‌دهی و رتبه‌بندی گزینه‌ها در این روش به دو مرحله زیر تقسیم می‌شود:

۱. محاسبه وزن موضعی داده‌های ماتریس‌های مقایسات زوجی

۲. محاسبه وزن کلی گزینه‌ها و رتبه‌بندی آنها در ذیل پس از معرفی ۴ روش توسعه یافته محاسبه اوزان موضعی، جهت روشن شدن این روش‌ها از یک مثال عددی استفاده شده است.

الف- روش مجموع سطری فازی: در این روش ابتدا مجموع عناصر فازی هر سطر محاسبه شده تا یک بردار ستونی حاصل گردد. از آنجا که اعداد فازی ماتریس مقایسه زوجی، مثلثی (یا دوزنقه‌ای) در نظر گرفته شده‌است، بنابراین از جمع آنها نیز یک عدد فازی مثلثی (یا دوزنقه‌ای) به دست می‌آید. حال بردار ستونی به دست آمده، با استفاده از روش بیان شده جهت نرمالیزه کردن اعداد فازی مثلثی (یا دوزنقه‌ای) نرمالیزه می‌شود.

$$\tilde{N}_i = \frac{(a_i, b_i, c_i, d_i)}{\left(\sum_{i=1}^n a_i, \sum_{i=1}^n b_i, \sum_{i=1}^n c_i, \sum_{i=1}^n d_i\right)}$$

در اینجا نیز با استفاده از رابطه ریاضی تقسیم بین اعداد فازی دوزنقه‌ای، می‌توان نتیجه گرفت که عدد فازی هنجار شده \tilde{N}_i برابر است با:

$$\tilde{N}_i = \left(\frac{a_i}{\sum_{i=1}^n d_i}, \frac{b_i}{\sum_{i=1}^n c_i}, \frac{c_i}{\sum_{i=1}^n b_i}, \frac{d_i}{\sum_{i=1}^n a_i}\right)$$

البته باید توجه داشت که اولاً از هنجارسازی چند عدد فازی مثلثی (یا دوزنقه‌ای)، اعدادی فازی به دست می‌آیند، ولی لزوماً این اعداد، عدد فازی مثلثی (یا دوزنقه‌ای) نیستند و فقط بیان‌کننده تقریبی از یک عدد فازی مثلثی (یا دوزنقه‌ای) هنجار شده می‌باشند. ثانیاً بر خلاف روش هنجارسازی اعداد قطعی، از جمع اعداد فازی هنجار شده، عدد قطعی «یک» به دست نمی‌آید، اما می‌توان اظهار داشت که از جمع این اعداد، عدد فازی «تقریباً یک» حاصل می‌شود.

برای روشن شدن روش هنجارسازی ارائه شده از یک مثال عددی به صورت جدول ۱ استفاده شده است که در آن سه گزینه با اوزان فازی مثلثی داده شده‌اند. این اوزان فازی با استفاده از روابط بیان شده جهت هنجارسازی اعداد فازی مثلثی، به اعداد فازی ستون آخر جدول تبدیل شده‌اند. همان‌طور که ملاحظه می‌گردد از جمع اعداد فازی هنجار شده، عدد فازی «تقریباً یک» به دست آمده است.

جدول ۱. اوزان فازی مثلثی

گزینه‌ها	اعداد فازی مثلثی	اعداد فازی نرمالیزه شده
A _۱	(۱و۱و۱)	(۰/۱۵۸و۰/۱۱۱و۰/۰۸۸)
A _۲	(۷و۶و۵)	(۰/۷۱۶و۰/۶۶۷و۰/۶۰۳)
A _۳	(۳و۲و۱)	(۰/۲۶۳و۰/۲۲۲و۰/۱۷۶)
جمع	(۱۱و۹و۷)	(۰/۸۶۷و۱/۱۳۷)

رتبه‌بندی گزینه‌های A_1, A_2, A_3 با توجه به سه معیار C_1, C_2, C_3 می‌باشد. جدول مقایسات زوجی این مثال با استفاده از اصول سلسله مراتبی AHP توسط یک متخصص به صورت ذیل فازی‌بندی شده است.

ملاحظه می‌شود که خاصیت عکس‌پذیری در تمام ماتریس‌ها حفظ شده است. همچنین جهت انجام محاسبات اعداد قطعی نیز به فرم اعداد فازی نوشته شده‌اند.

الف) محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها با استفاده از روش مجموع سطری فازی

در این قسمت ابتدا وزن موضعی ماتریس مقایسه زوجی معیارها (جدول ۲) محاسبه می‌شود. برای این منظور ابتدا جمع سطری داده‌های این ماتریس محاسبه می‌شود تا یک بردار ستونی فازی به دست آید. سپس وزن موضعی عناصر این بردار از نرمالیزه کردن اعداد فازی آن، به دست می‌آید. این محاسبات در جدول ۶ نشان داده شده است.

بردار ستونی نرمالیزه شده، بردار وزن موضعی فازی ماتریس مقایسه زوجی می‌باشد.

ب- روش مجموع ستونی فازی: در این روش ابتدا مجموع عناصر فازی هر ستون محاسبه شده تا یک بردار سطری حاصل گردد. سپس عناصر فازی این بردار معکوس گشته و بردار حاصل نرمالیزه می‌شود. بردار سطری نرمالیزه شده، بردار وزن موضعی فازی می‌باشد.

ج- روش میانگین حسابی فازی: در این روش ابتدا عناصر فازی هر ستون نرمالیزه شده و سپس میانگین سطری آنها محاسبه می‌شود تا بردار وزن موضعی به صورت فازی به دست آید.

د- روش میانگین هندسی فازی: در این روش ابتدا میانگین هندسی اعداد فازی هر سطر محاسبه و سپس بردار حاصل نرمالیزه می‌شود تا بردار وزن موضعی به صورت فازی به دست آید.

ارائه یک مثال کاربردی

در این قسمت به منظور تشریح مدل‌های ارائه شده برای روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی، از یک مثال استفاده شده است. در این مثال هدف

جدول ۲. ماتریس مقایسات زوجی معیارها نسبت به هم از نظر تصمیم گیرنده

معیارها	معیار C_1	معیار C_2	معیار C_3
معیار C_1	(۱/۱/۱)	(۱/۲/۱/۶/۱/۶/۰/۲)	(۱/۳/۱/۲/۱/۲/۰/۱)
معیار C_2	(۵/۶/۶/۰/۷)	(۱/۱/۱)	(۳/۳/۳/۰/۳)
معیار C_3	(۱/۲/۲/۰/۳)	(۱/۳/۱/۳/۱/۳/۰/۳)	(۱/۱/۱)

جدول ۳. ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به معیار اول (C_1) از نظر تصمیم گیرنده

معیار C_1	گزینه A_1	گزینه A_2	گزینه A_3
گزینه A_1	(۱/۱/۱)	(۱/۴/۱/۳/۱/۳/۰/۲)	(۱/۲/۱/۲/۱/۲/۰/۲)
گزینه A_2	(۲/۳/۳/۰/۴)	(۱/۱/۱)	(۱/۲/۱/۱/۱/۰/۲)
گزینه A_3	(۲/۲/۲/۰/۲)	(۱/۲/۱/۲/۱/۱/۰/۲)	(۱/۱/۱)

جدول ۴. ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به معیار دوم (C_۲) از نظر تصمیم گیرنده

معیار C _۲	گزینه A _۱	گزینه A _۲	گزینه A _۳
گزینه A _۱	(۱/۱/۱)	(۶/۶/۶ و ۷/۶/۶)	(۴/۴ و ۲/۲)
گزینه A _۲	(۱/۶/۶ و ۱/۷/۶)	(۱/۱/۱)	(۱/۲/۲ و ۱/۲/۱)
گزینه A _۳	(۱/۴/۴ و ۱/۲/۲)	(۱/۲/۲ و ۱/۲/۱)	(۱/۱/۱)

جدول ۵. ماتریس مقایسات زوجی گزینه‌ها نسبت به معیار سوم (C_۳) از نظر تصمیم گیرنده

معیار C _۳	گزینه A _۱	گزینه A _۲	گزینه A _۳
گزینه A _۱	(۱/۱/۱)	(۱/۲ و ۳/۲ و ۱)	(۷/۸ و ۸/۷)
گزینه A _۲	(۱/۳/۲ و ۱/۲/۱)	(۱/۱/۱)	(۳/۴ و ۴/۳)
گزینه A _۳	(۱/۸/۸ و ۱/۷/۸)	(۱/۴/۳ و ۱/۳/۴)	(۱/۱/۱)

ج) محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها با استفاده از روش میانگین سطری فازی در این روش جهت به دست آوردن وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی، ابتدا عناصر فازی ستون‌های هر ماتریس نرمالیزه شده و سپس میانگین سطری آنها محاسبه می‌شود تا بردار وزن موضعی آنها به دست آید. نتایج حاصل از این روش در جدول ۹ آمده است.

د) محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها با استفاده از روش میانگین هندسی فازی در این روش ابتدا میانگین هندسی اعداد فازی هر سطر محاسبه و سپس بردار حاصل نرمالیزه می‌شود تا بردار وزن موضعی به صورت فازی به دست آید. نتایج حاصل از این روش در جدول ۱۰ آمده است.

با استفاده از این روش می‌توان وزن موضعی سایر ماتریس‌های مقایسات زوجی را نیز محاسبه کرد که نتایج حاصل از این محاسبات در جدول ۷ آمده است.

ب) محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها با استفاده از روش مجموع ستونی فازی در این قسمت نیز با توجه به روش مجموع ستونی فازی، ابتدا وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی محاسبه می‌شود. برای این منظور ابتدا مجموع عناصر فازی ستون‌های هر ماتریس محاسبه شده تا یک بردار سطری حاصل گردد. سپس عناصر فازی این بردار معکوس گشته و بردار حاصل نرمالیزه می‌شود. بردار سطری نرمالیزه شده، بردار وزن موضعی فازی می‌باشد. نتایج حاصل از این محاسبات در جدول ۸ آمده است.

جدول ۶. محاسبه وزن موضعی عناصر جدول ۲ (جدول معیارها) با استفاده از روش مجموع سطری فازی

معیارها	جمع سطری عناصر جدول ۱	وزن موضعی معیارها
معیار C _۱	(۱،۴۷۶ و ۱،۶۶۷ و ۲،۶۶۷ و ۲،۲)	(۰،۱۷۲ و ۰،۱۱۱ و ۰،۱۱۱ و ۰،۰۸۴)
معیار C _۲	(۱ و ۱ و ۱ و ۰)	(۰،۸۵۹ و ۰،۶۶۷ و ۰،۶۶۷ و ۰،۵۱۴)
معیار C _۳	(۲،۳۳ و ۳،۳۳ و ۳،۳۳ و ۴،۳۳)	(۰،۳۳۸ و ۰،۲۲۲ و ۰،۲۲۲ و ۰،۱۳۳)
جمع	(۱۲،۸۱ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۷،۵۳)	(۰،۳۶۹ و ۱ و ۱ و ۰،۷۳۱)

جدول ۷. وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی با استفاده از روش مجموع سطری فازی

وزن معیارها گزینه‌ها	وزن معیار C_1	وزن معیار C_2	وزن معیار C_3
وزن A_1	(۰,۱۳۵ و ۰,۱۵۵ و ۰,۱۷۷ و ۰,۲۱۶)	(۰,۵۱ و ۰,۵۴ و ۰,۸۵۲ و ۰,۹۳۱)	(۰,۴۶۲ و ۰,۶۱۳ و ۰,۶۵۲ و ۰,۸۱۶)
وزن A_2	(۰,۳۰۸ و ۰,۴۲۳ و ۰,۵۸۱ و ۰,۷۵۷)	(۰,۰۹۳ و ۰,۱ و ۰,۱۶۷ و ۰,۱۶۸)	(۰,۲۲۳ و ۰,۲۵۱ و ۰,۳۲۶ و ۰,۴۰۸)
وزن A_3	(۰,۲۶۹ و ۰,۲۹۶ و ۰,۳۸۷ و ۰,۴۳۳)	(۰,۱۲۷ و ۰,۱۳۵ و ۰,۲۷۱ و ۰,۲۷۲)	(۰,۰۷۱ و ۰,۰۷۷ و ۰,۰۸۶ و ۰,۱)

جدول ۸. وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی با استفاده از روش مجموع ستونی فازی

وزن معیارها گزینه‌ها	وزن معیار C_1	وزن معیار C_2	وزن معیار C_3
وزن A_1	(۰,۱۲۲ و ۰,۱۵ و ۰,۱۸۹ و ۰,۲۴۱)	(۰,۶۲۱ و ۰,۶۶۷ و ۰,۶۶۷ و ۰,۷۱۸)	(۰,۱۹ و ۰,۲۲۲ و ۰,۲۲۲ و ۰,۲۴۵)
وزن A_2	(۰,۳۴۱ و ۰,۳۸۵ و ۰,۶۱۹ و ۰,۶۹)	(۰,۰۸۹ و ۰,۱ و ۰,۱۴۲ و ۰,۱۴۴)	(۰,۱۸۹ و ۰,۲۹۸ و ۰,۳۱ و ۰,۵۷۴)
وزن A_3	(۰,۲۴۴ و ۰,۲۵۷ و ۰,۴۵۴ و ۰,۴۸۳)	(۰,۱۴۷ و ۰,۱۴۹ و ۰,۳۲۵ و ۰,۳۳)	(۰,۰۶۳ و ۰,۰۷۶ و ۰,۰۸۴ و ۰,۱۱۷)

جدول ۹. وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی با استفاده از روش میانگین سطری فازی

وزن معیارها گزینه‌ها	وزن معیار C_1	وزن معیار C_2	وزن معیار C_3
وزن A_1	(۰,۱۲۹ و ۰,۱۵۱ و ۰,۱۸۳ و ۰,۲۲۹)	(۰,۵۱۱ و ۰,۵۳۳ و ۰,۸۶۶ و ۰,۹۱۲)	(۰,۴۱۲ و ۰,۶۱ و ۰,۶۳۲ و ۰,۹۱۵)
وزن A_2	(۰,۳۲۴ و ۰,۴۰۵ و ۰,۶۱۵ و ۰,۷۲۴)	(۰,۰۹ و ۰,۰۹۸ و ۰,۱۷۶ و ۰,۱۷۷)	(۰,۲۰۶ و ۰,۲۸ و ۰,۳۱۶ و ۰,۵)
وزن A_3	(۰,۲۵۷ و ۰,۲۷۷ و ۰,۴۲۶ و ۰,۴۵۷)	(۰,۱۳۹ و ۰,۱۴۳ و ۰,۲۹۶ و ۰,۳)	(۰,۰۶۳ و ۰,۰۷۶ و ۰,۰۸۸ و ۰,۱۱۲)

جدول ۱۰. وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی با استفاده از روش میانگین هندسی فازی

وزن معیارها گزینه‌ها	وزن معیار C_1	وزن معیار C_2	وزن معیار C_3
وزن A_1	(۰,۱۲۹ و ۰,۱۵۲ و ۰,۱۸۴ و ۰,۲۲۸)	(۰,۵۱۱ و ۰,۵۱۶ و ۰,۸۶ و ۰,۹۱۱)	(۰,۳۹۶ و ۰,۶۱۱ و ۰,۶۳۳ و ۰,۸۹۴)
وزن A_2	(۰,۳۲۴ و ۰,۳۹۸ و ۰,۶۰۷ و ۰,۷۲۵)	(۰,۰۹۱ و ۰,۰۹۸ و ۰,۱۶۴ و ۰,۱۶۵)	(۰,۲۰۷ و ۰,۲۷۷ و ۰,۳۱۷ و ۰,۴۹۲)
وزن A_3	(۰,۲۵۷ و ۰,۲۷۶ و ۰,۴۲۱ و ۰,۴۵۷)	(۰,۱۳۷ و ۰,۱۴۲ و ۰,۲۹۸ و ۰,۳)	(۰,۰۶۵ و ۰,۰۷۶ و ۰,۰۸۷ و ۰,۱۱۲)

محاسبه وزن کلی گزینه‌ها و رتبه‌بندی آنها
در بخش فوق، وزن موضعی ماتریس‌های مقایسات زوجی فازی با استفاده از چهار روش محاسبه شد. همان‌طور که قبلاً نیز بیان گردید، وزن نهایی هر گزینه از حاصل ضرب وزن موضعی معیارها در وزن موضعی گزینه‌ها (نسبت به هر معیار) محاسبه می‌شود. از آنجا که اوزان موضعی به دست آمده به صورت فازی هستند، بنابراین وزن کلی گزینه‌ها

نیز به صورت فازی به دست می‌آید که جهت رتبه‌بندی آنها و انتخاب بهترین گزینه باید از روش‌های رتبه‌بندی فازی استفاده گردد. در این مقاله جهت رتبه‌بندی گزینه‌های فازی از روش رتبه‌بندی مبتنی بر برش α استفاده شده است [۲۵]. در این روش ابتدا گزینه‌های فازی به بازه‌هایی بر حسب α تبدیل شده و سپس با مقایسه کرانه‌های این بازه‌ها به رتبه‌بندی آنها پرداخته

بودن آن اشاره کرد. همچنین از آنجا که این روش تعمیمی از روش هنجارسازی اعداد قطعی با استفاده از اصل گسترش می‌باشد، بنابراین از جنبه علمی بالایی برخوردار است. روش فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی ارائه شده در این مقاله، هم دارای مزایای بیان شده برای روش هنجارسازی می‌باشد و هم از حجم محاسبات کمتری نسبت به سایر روش‌های موجود برخوردار است. به علاوه این روش در مقایسه با سایر روش‌ها، قابلیت کاربرد برای انواع اعداد فازی را دارد. برای مثال اعداد مورد استفاده در روش باکلی، اعداد فازی ذوزنقه‌ای و در روش تحلیل توسعه‌ای، اعداد فازی مثلثی می‌باشند. اما در روش ارائه شده در این مقاله می‌توان از انواع اعداد فازی استفاده کرد.

می‌شود. وزن کلی به‌دست آمده گزینه‌ها (در چهار روش تقریبی فازی) و همچنین رتبه آنها در هر روش در جدول ۱۱ آمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود وزن کلی گزینه‌ها متفاوت به‌دست آمده است، اما ترجیحات آنها در هر چهار روش یکسان و به صورت $A_1 > A_2 > A_3$ می‌باشد.

خلاصه و نتیجه گیری

در این مقاله از بسط و توسعه روش‌های تقریبی محاسبه وزن موضعی گزینه‌ها، رویکرد جدیدی برای فرایند تحلیل سلسله مراتبی فازی ارائه شده، که اساس آن بر هنجارسازی اعداد فازی مبتنی است. بنابراین در این مقاله ابتدا روش جدیدی برای هنجارسازی اعداد فازی ارائه شده که از مزایای این روش می‌توان به سادگی و قابل فهم

جدول ۱۱. وزن کلی گزینه‌ها با ۴ روش تقریبی فازی و رتبه‌بندی آنها

رتبه هر گزینه	روش مجموع سطری فازی	گزینه‌ها
۱	(۰,۳۳۴۳ و ۰,۵۱۳۳ و ۰,۷۳۲۳ و ۱,۱۱۲۴)	گزینه A_1
۲	(۰,۱۰۳۳ و ۰,۱۶۹۳ و ۰,۲۴۸۸ و ۰,۴۱۲۳)	گزینه A_2
۳	(۰,۰۹۷۴ و ۰,۱۳۹۹ و ۰,۲۴۲۹ و ۰,۳۴۱۳)	گزینه A_3
روش مجموع ستونی فازی		
۱	(۰,۴۱۳۱ و ۰,۵۱۰۸ و ۰,۶۹۵ و ۰,۸۴۸۳)	گزینه A_1
۲	(۰,۱۲۰۵ و ۰,۱۷۵۴ و ۰,۲۳۲۶ و ۰,۳۴۸۵)	گزینه A_2
۳	(۰,۱۲۴۷ و ۰,۱۴۵ و ۰,۲۸۶۱ و ۰,۳۳۸۷)	گزینه A_3
روش میانگین سطری فازی		
۱	(۰,۳۷۱۳ و ۰,۵۰۷۹ و ۰,۷۳۸۴ و ۱,۰۲۹)	گزینه A_1
۲	(۰,۱۱۲۹ و ۰,۱۷۲۵ و ۰,۲۵۶ و ۰,۴۰۹۴)	گزینه A_2
۳	(۰,۱۱۱۴ و ۰,۱۴۲۹ و ۰,۲۶۴ و ۰,۳۴۶۳)	گزینه A_3
روش میانگین هندسی فازی		
۱	(۰,۳۵۷۲ و ۰,۴۹۶۷ و ۰,۷۳۴۱ و ۱,۰۰۵)	گزینه A_1
۲	(۰,۱۱۱۴ و ۰,۱۷۱۵ و ۰,۲۴۷۱ و ۰,۳۸۹۲)	گزینه A_2
۳	(۰,۱۰۹۸ و ۰,۱۴۲۳ و ۰,۲۶۴۸ و ۰,۳۴۲۶)	گزینه A_3

منابع

14. Cheng, C.H., Yang, K.L. & Hwang, C.L. (1999) Evaluating attack helicopters by AHP based on linguistic variable weight, *European Journal of Operational Research*, Vol. 116, No. 2, pp. 423-443.
15. Zhu, K.J., Jing, Y. & Chang, D.Y. (1999) A discussion on extent analysis method and applications of fuzzy AHP, *European Journal of Operational Research*, Vol. 116, pp. 450-456.
16. Chan, F.T.S., Chan, M.H. & Tang, N.K.H. (2000) Evaluation methodologies for technology selection, *Journal Materials Processing Technology*, Vol. 107, pp. 330-337.
17. Chan, F.T.S., Jiang, B. & Tang, N.K.H. (2000) The development of intelligent decision support tools to aid the design of flexible manufacturing systems, *International Journal of Production Economics*, Vol. 65, No. 1, pp. 73-84.
18. Leung, L.C. & Cao, D. (2000) On consistency and ranking of alternatives in fuzzy AHP, *European Journal of Operational Research*, Vol. 124, pp. 102-113.
19. Kuo, R.J., Chi, S.C. & Kao, S.S. (2002) A decision support system for selecting convenience store location through integration of fuzzy AHP and artificial neural network, *Computers in Industry*, No. 47, pp. 199-214.
20. Cebeci, U. (2001) Customer satisfaction of catering service companies in turkey, *Proceedings of the 6th International Conference on ISO 9000 and TQM (6th ICIT)*, Glasgow, pp. 519-524.
21. Kahraman, C., Cebeci, U. & Ruan, D. (2004) Multi-attribute comparison of catering service companies using fuzzy AHP: the case of turkey, *Production Economics*, No.87, pp. 171-184.
22. Mikhailov L. & Tsvetnikov, P. (2004) Evaluation of services using a fuzzy analytic hierarchy process, *Applied Soft Computing*, Vol. 5, Issue 1, 23-33.
23. Chang, P.T. & Lee E.S. (2000) The estimation of normalized fuzzy weights, *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 29, Issue 5, 21-42.
24. Wang, Y.M. & Elhag, T.M.S. (2006) On the normalization of interval and fuzzy weights, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 157, 2456-2471.
25. وانگ، لی (۱۳۷۸) سیستم‌های فازی و کنترل فازی، ترجمه محمد تشنه لب و دیگران، تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی.
۱. آذر، عادل و فرجی، حجت (۱۳۸۱) علم مدیریت فازی، تهران: نشر اجتماع.
۲. قدسی پور، حسن (۱۳۷۹) فرایند تحلیل سلسله مراتبی، تهران: انتشارات دانشگاه صنعتی امیر کبیر.
۳. اصغریور، محمد جواد (۱۳۷۷) تصمیم‌گیری‌های چند معیاره، تهران: انتشارات دانشگاه تهران.
4. Kahraman, C., Cebeci, U. & Ulukan, Z. (2003) Multi-criteria supplier selection using fuzzy AHP, *Logistics Information Management*, Vol. 16, No. 6, pp. 382-394.
5. Laarhoven, V. & Pedrycz, W. (1983) A fuzzy extension of Saaty's priority theory, *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 11, pp. 229-241.
6. Buckley, J.J. (1985) Fuzzy hierarchical analysis, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 17, pp. 233-247.
7. Stam, A., Minghe, S. & Haines, M. (1996) Artificial neural network representations for hierarchical preference structures, *Computers & Operations Research*, Vol. 23, No. 12, pp. 1191-1201.
8. Chang, D. Y. (1996) Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP, *European Journal of Operational Research*, Vol. 95, pp. 649-655.
9. Ching-Hsue, C. (1997) Evaluating naval tactical missile systems by fuzzy AHP based on the grade value of membership function, *European Journal of Operational Research*, Vol. 96, No. 2, pp. 343-350.
10. Weck, M., Klocke, F., Schell, H. & Roenauer, E. (1997) Evaluating alternative production cycles using the extended fuzzy AHP method, *European Journal of Operational Research*, Vol. 100, No. 2, pp. 351-366.
11. Kahraman, U. Z. & Tolga, E. (1998) A fuzzy weighted evaluation method using objective and subjective measures, *Proceedings of International ICSC symposium on Engineering of Intelligent systems (EIS,98)*, Vol. 1, University of La Laguna, Tenerife, pp. 57-63.
12. Deng, H. (1999) Multicriteria analysis with fuzzy pairwise comparison, *International Journal of Approximate Reasoning*, Vol. 21, No. 3, pp. 215-231.
13. Lee, M., Pham, H. & Zhang, X. (1999) A methodology for priority setting with application to software development process, *European Journal of Operational Research*, Vol. 118, pp. 375-389.