

ضریب نزدیکی در الگوریتم‌های تاپسیس فازی

نویسندگان: خداکرم سلیمی فرد^{۱*}، سبحان جویبار^۲

۱. دکترای مدیریت صنعتی، استادیار گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

۲. کارشناس ارشد مدیریت صنعتی (مدیریت تولید)، دانشگاه خلیج فارس، بوشهر

* Email: salimifard@pgu.ac.ir

چکیده

الگوریتم تاپسیس فازی، یکی از تکنیک‌های رایج تصمیم‌گیری است که در بسیاری از موقعیت‌های گوناگون تصمیم‌گیری مورد استفاده قرار می‌گیرد. به دلیل کارآمدی بالای این تکنیک در شرایط عدم اطمینان، دانشمندان همواره تلاش نموده‌اند تا در راستای بهبود کارایی این تکنیک گام بردارند. از اینرو، الگوریتم‌های زیادی مبتنی بر تاپسیس فازی برای موقعیت‌های مختلف تصمیم‌گیری معرفی شده‌اند. کارایی این الگوریتم‌ها یک مساله بنیادین است که باید مورد توجه قرار گیرد. این مقاله تلاش دارد تا از طریق بازخوانی پژوهش‌های پیشین، الگوریتم‌های گوناگون تاپسیس فازی را شناسایی نماید و آنها را بر پایه نکات تئوریک و کمی مورد مقایسه قرار دهد. بر این اساس، با بکارگیری یک مثال عددی، الگوریتم‌های یاد شده ارزیابی می‌شوند و از طریق مقایسه نتایج، الگوریتم‌های کارآمد شناسایی شده و مورد بحث قرار می‌گیرند.

واژه‌های کلیدی: تاپسیس فازی، ضریب نزدیکی، موقعیت تصمیم

۱- مقدمه

تصمیم‌گیری در حوزه‌های گوناگون، از چالش‌هایی است که سازمان‌ها همیشه با آن روبرو هستند. انتخاب بهترین راه از میان راه‌های گوناگون (تصمیم‌گیری) نیازمند بکارگیری دانش، گردآوری داده‌ها و تجزیه و تحلیل‌های لازم برای انتخاب بهترین گزینه می‌باشد. رویارویی تصمیم‌گیرنده با اینگونه مسئله‌ها (تصمیم‌گیری) و نیز اهمیت آن، به شکل‌گیری علمی نوین به نام علم تصمیم‌گیری رهنمون گردیده است. این دانش در برگرفته گستره‌ای از تکنیک‌های گوناگون بر پایه علم ریاضی است که با هدف دستیابی به بهترین گزینه تصمیم‌بکار گرفته می‌شوند.

در گذشته، تکنیک‌های تصمیم‌گیری بر اساس ریاضیات کلاسیک ارائه می‌شدند. تکنیک‌هایی چون تاپسیس، تحلیل سلسله‌مراتبی، وزن‌دهی ساده افزودنی^۱ (ساو)، و مانند اینها، از آن دسته تکنیک‌های رایج هستند که بر اساس ریاضیات کلاسیک طراحی شده‌اند. مشکل اساسی اینگونه تکنیک‌های کلاسیک، ناتوانی در پاسخگویی شایسته به مسئله‌های تصمیم‌گیری در موقعیت‌هایی است که اطلاعات تصمیم‌گیری ناکامل یا مبهم است. با پیدایش منطق فازی از سوی لطفی زاده، دگرگونی شگرفی در علم تصمیم‌گیری رخ داد. پس از آن، برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان، ایجاد تکنیک‌های تصمیم‌گیری در محیط فازی مورد توجه دانشمندان قرار گرفت. امروزه، اینگونه تکنیک‌های تصمیم‌گیری به صورت گسترده در موقعیت‌های گوناگون بکار گرفته می‌شوند. تکنیک‌های تحلیل سلسله‌مراتبی فازی [۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴]، سلسله‌مراتبی تطبیقی فازی [۱۵]، ساو فازی (Fuzzy SAW) [۱۶]، سیستم فازی رتبه‌بندی عوامل (Fuzzy FRS) [۱۶، ۱۷، ۱۸]، Fuzzy SMART [۱۹]، Fuzzy ART [۲۰]، دلفی فازی [۲۱، ۲۲، ۲۳، ۲۴]، لینمپ فازی (FLINMAP) [۲۳]، تحلیل پوششی داده‌های فازی (Fuzzy DEA) [۱۲، ۲۵]، طراحی دقیق

فازی (FAD) [۶، ۲۶، ۲۷]، تحلیل شبکه فازی (Fuzzy ANP) [۱، ۲۸، ۲۹]، QFD فازی [۳۰، ۳۱]، مدل ارزیابی مبتنی بر اعداد خاکستری [۳۲]، تکنیک PROMETHEE II [۳۳]، روش تصمیم‌گیری ماتریس و دایگرام [۳۴]، تحلیل جایگزین فازی [۱۴]، روش تخصیص خطی فازی [۲۴]، روش ارزش مورد انتظار در تصمیم‌گیری گروهی [۳۵]، و دیگر روش‌های تصمیم‌گیری [۳۶، ۳۷، ۳۸]، از جمله تکنیک‌های تصمیم‌گیری بر اساس منطق فازی می‌باشند.

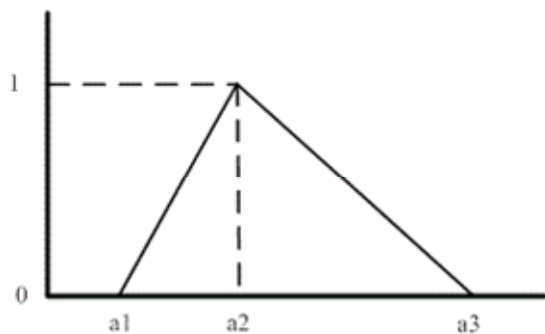
تاپسیس فازی به عنوان یکی از کارآمدترین الگوریتم‌های تصمیم‌گیری، در حل مسائل گوناگون تصمیم‌گیری نقش بسزایی دارد. از اینرو، توسعه این الگوریتم مورد توجه دانشمندان قرار گرفته است. اینک با توجه به توسعه الگوریتم‌های گوناگون تاپسیس، این پرسش مطرح می‌شود که آیا یافته‌های به دست آمده (رتبه‌بندی گزینه‌ها) از بکارگیری این الگوریتم‌های گوناگون همانند است. پرسش دیگر این است که هر یک از الگوریتم‌های تاپسیس در چه گونه مسئله‌ای دارای کارکرد بهتر می‌باشد.

هدف از این مقاله دستیابی به پاسخی روشن و مستند به این پرسش‌های بنیادین می‌باشد. در ادامه مقاله، الگوریتم‌های گوناگون تاپسیس فازی معرفی و دسته‌بندی می‌شوند. پس از آن کاربردهای آن الگوریتم‌ها ارائه می‌شود و با بکارگیری عددهای فازی مثلثی با یکدیگر مقایسه می‌شوند. یافته‌های این مقاله اطلاعات سودمندی را در دسترس پژوهشگران علاقه‌مند به تئوری‌های تصمیم‌گیری قرار می‌دهد. این مقاله دارای چهار بخش است. بخش نخست، تئوری مجموعه‌های فازی و عدد فازی مثلثی را بازخوانی می‌کند. در بخش دوم، پیشینه الگوریتم تاپسیس و کاربردهای آن پوشش داده می‌شود. بخش سوم به دسته‌بندی الگوریتم‌های تاپسیس فازی، معرفی الگوریتم‌ها و مقایسه آن‌ها می‌پردازد. در بخش پایانی نیز الگوریتم‌ها بر اساس داده‌های فازی (عدد فازی مثلثی)، بررسی و مقایسه می‌شوند.

^۱ Simple Additive Weighting (SAW)

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} 0 & x < a_1 \\ \frac{x-a_1}{a_2-a_1} & a_1 \leq x \leq a_2 \\ \frac{a_3-x}{a_3-a_2} & a_2 \leq x \leq a_3 \\ 0 & x > a_3 \end{cases} \quad (۳)$$

در محاسبات فازی و به منظور آسانی محاسبات، عدد فازی \tilde{A} بر اساس سه پارامتر a_1 و a_2 و a_3 به صورت $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ تعریف می‌گردد. با توجه به رابطه فوق و نمودار شکل ۱ می‌توان گفت که هر عدد فازی مثلثی دارای دو نقطه (a_3, a_1) با درجه عضویت صفر و یک نقطه (a_2) با درجه عضویت ۱ می‌باشد.



شکل ۱: نمودار تابع درجه عضویت عدد فازی مثلثی

همچون ریاضیات کلاسیک اعداد فازی نیز دارای روابط ریاضی خاص خود می‌باشند. اگر مثلثی باشند آنگاه به ترتیب جمع، منها، ضرب و تقسیم دو عدد به صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} \tilde{A} \oplus \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \oplus (b_1, b_2, b_3) = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3) \\ \tilde{A} \ominus \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \ominus (b_1, b_2, b_3) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3) \\ \tilde{A} \otimes \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \otimes (b_1, b_2, b_3) = (a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3) \\ \tilde{A} (\div) \tilde{B} &= (a_1, a_2, a_3) \div (b_1, b_2, b_3) = \left(\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}\right) \end{aligned} \quad (۴)$$

یون $[۷, ۲۸, ۳۹, ۴۰, ۴۱, ۴۲, ۴۳, ۴۴]$ و بر پایه ریاضیات کلاسیک مطرح شد. این تکنیک بر اساس این

۲- تئوری مجموعه‌های فازی

در ریاضیات کلاسیک، عضویت یک عنصر در یک مجموعه بر اساس منطق ۰ و ۱ تعریف می‌شود. بدان معنی که عضویت عنصر $x \in R$ در مجموعه A به صورت تابع ریاضی زیر تعریف می‌گردد.

$$X_A(x) = \begin{cases} 1 & x \in A \\ 0 & x \notin A \end{cases} \quad (۱)$$

بر اساس رابطه (۱)، اگر $X_A(x) = 1$ آنگاه عنصر x عضو مجموعه A بوده و در غیر اینصورت x عضو A نمی‌باشد.

در تئوری مجموعه‌های فازی عضویت یک عنصر در یک مجموعه فازی دارای تعریفی متفاوت است. اگر \tilde{A} یک مجموعه فازی و x یک عنصر باشد، عضویت x در \tilde{A} بر اساس منطق دو ارزشی درست یا نادرست تعریف نمی‌شود. عضویت x در این مجموعه به کمک یک تابع و بر اساس درجه عضویت که از این تابع به دست می‌آید، تعریف می‌گردد. تابع عضویت مجموعه فازی \tilde{A} به صورت رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$\mu_{\tilde{A}}(x) \rightarrow [0, 1] \quad (۲)$$

بر اساس این تعریف درجه عضویت هر عنصر x از مجموعه جهانی X در مجموعه فازی \tilde{A} می‌تواند عددی در بازه بسته $[۰, ۱]$ باشد.

۲-۱) عدد فازی مثلثی

عدد فازی مثلثی یک مجموعه فازی است که بر اساس رابطه (۳) تعریف می‌گردد.

۳- پیشینه الگوریتم تاپسیس

نخستین بار الگوریتم تاپسیس از سوی هووانگ و

کنون بیشترین کاربرد را در حل مساله‌های مدیریتی (با ۳۳ مقاله) داشته است. پس از آن مهندسی (با ۱۱ مقاله)، نظامی (با ۳ مقاله) و زیست محیطی (با ۲ مقاله) در رده‌های بعدی کاربرد جای می‌گیرند.

با نگاهی دیگر به جدول ۱ می‌توان الگوریتم تاپسیس را به سه دسته (۱) تاپسیس کلاسیک (بر پایه عددهای حقیقی)، (۲) تاپسیس فازی یک سطحی (معمولی)، و (۳) تاپسیس فازی سلسله مراتبی [۵۴، ۵۵، ۵۶] گروه‌بندی نمود. بر این اساس بیشترین شمار مقالات مربوط به تاپسیس فازی معمولی و کمترین شمار مقالات در باره تاپسیس فازی سلسله مراتبی می‌باشد.

۴- الگوریتم‌های تاپسیس فازی

چنانکه پیشتر گفته شد، الگوریتم تاپسیس را می‌توان بر اساس نوع داده‌ها به دو دسته تاپسیس کلاسیک و فازی دسته‌بندی کرد. به دلیل گوناگونی در داده‌های فازی و همچنین روابط ریاضی فازی آن‌ها، الگوریتم تاپسیس فازی را می‌توان به چهار دسته اساسی گروه‌بندی نمود:

- الگوریتم‌های تاپسیس فازی بر پایه عددهای فازی مثلثی
- الگوریتم‌های تاپسیس فازی بر پایه عددهای فازی ذوزنقه‌ای
- الگوریتم‌های تاپسیس فازی بر پایه داده‌های فازی فاصله‌ای (نوع ۱ و ۲)
- الگوریتم‌های تاپسیس فازی بر پایه عددهای خاکستری

بر اساس این دسته‌بندی الگوریتم‌های تاپسیس فازی (بر اساس نوع داده‌های فازی) دارای تفاوت در روش اجرا و چگونگی پردازش‌های ریاضی می‌باشند. آشکار است که منطق زیربنایی همه این الگوریتم‌ها یکسان می‌باشد (گزینه برتر گزینه‌ای است که دارای کمترین فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و بیشترین فاصله تا نقطه ایده‌آل منفی می‌باشد). اما، به دلیل گوناگونی در نوع داده‌ها، و نوع روابط ریاضی، این الگوریتم‌ها دارای

ایده زاده شد که بهترین گزینه برای تصمیم‌گیری، گزینه‌ای است که دارای بیشترین فاصله تا نقطه ایده‌آل منفی و کمترین فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت باشد. در دنیای واقعی، به دلیل مبهم بودن اطلاعات و عدم اطمینان کافی در تصمیم‌گیری، استفاده از الگوریتم تاپسیس کلاسیک ناکارآمد می‌باشد. در واقع در تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان نمی‌توان ارزیابی تصمیم‌گیرندگان را با یک عدد کلاسیک نشان داد. این از آن رو است که افراد دارای دیدگاه‌های گوناگون بوده و ارزیابی آنان مبهم می‌باشد. به دلیل ناکارآمدی الگوریتم تاپسیس کلاسیک برای حل اینگونه مسائل توسعه الگوریتم تاپسیس در محیط فازی مورد توجه دانشمندان قرار گرفت. نخستین بار الگوریتم تاپسیس فازی توسط چن [۶، ۸، ۱۰، ۲۷، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰، ۵۱، ۵۲، ۵۳] بر اساس متغیرهای زبانی و عدد فازی مثلثی معرفی شد. پس از آن و با رشد مفاهیم فازی، این الگوریتم در چارچوب‌های جدید و بر اساس داده‌های فازی متفاوت مطرح گردید.

کاربردهای الگوریتم تاپسیس در حوزه مسائل تصمیم‌گیری بسیار گسترده است و حوزه‌های گوناگونی را در بر می‌گیرد. با بازخوانی پژوهش‌های انجام شده در این زمینه می‌توان کاربردهای این الگوریتم را همانند آنچه که در جدول ۱ نشان داده شده است، دسته‌بندی نمود. پژوهش‌های در دست بر اساس نوع مسئله به دسته‌های مدیریتی، مهندسی، نظامی و زیست محیطی گروه‌بندی شده‌اند. در دسته پنجم و ششم (توسعه الگوریتم جدید و توسعه روش جدید) پژوهشگران در پی ارائه الگوریتم‌ها و روش‌های نوین برای حل مسائل تصمیم‌گیری می‌باشند. اما در چهار دسته پیشین، هدف اصلی پژوهشگران حل یک مساله تصمیم‌گیری در دنیای واقعی می‌باشد. البته در برخی از پژوهش‌های این چهار دسته، روش‌های نوینی نیز برای حل مساله پیشنهاد شده است. این کار به عنوان هدف فرعی پژوهش در نظر گرفته شده است. توزیع فراوانی مقالات در دسته بندی‌های فوق نشان می‌دهد که الگوریتم تاپسیس تا

تفاوت‌های ساختاری می‌باشند. در این مقاله تلاش می‌شود تا الگوریتم‌های تاپسیس فازی موجود در دسته نخست از دیدگاه مفهومی و نیز از دیدگاه ریاضی بررسی و مقایسه شوند. بی‌گمان، به دلیل تفاوت‌های ساختاری میان دسته‌های یاد شده امکان مقایسه همه الگوریتم‌ها وجود ندارد.

جدول ۱: معرفی مقالات مرتبط با الگوریتم‌های تاپسیس

نوع داده‌ها	روش پژوهش	هدف پژوهش	شناسه	نوع مساله
عدد فازی مثلثی	استفاده از ANP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه ها	انتخاب تامین کننده در درازمدت	[۲۹]	مسائل مدیریتی
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	ارزیابی مزیت رقابتی وبگاه‌های فروشگاه‌ها	[۴۷]	
عدد فازی ذوزنقه‌ای	بکارگیری نرم افزار (Cosel) مبتنی بر تاپسیس فازی	ارزیابی اعتبار شرکتها برای پرداخت وام	[۵۷]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	انتخاب تامین کننده	[۱۱]	
عدد فازی مثلثی	نا فازی کردن اعداد فازی، بکارگیری الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون، استفاده از روش یاجر به جای ضریب نزدیکی (CCi)	ارزیابی مشتریان برای رد یا پذیرش سفارش	[۳۹]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوی تاپسیس فازی سلسله مراتبی	انتخاب راهبرد برای تولید محصول جدید	[۵۵]	
عدد فازی مثلثی	نا فازی سازی داده‌های فازی، به کار گیری تاپسیس فازی سلسله مراتبی، تعیین وزن معیارها به کمک آنتروپی شانون	انتخاب شریک در اتحاد راهبردی در صنعت حمل و نقل	[۵۴]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از طراحی دقیق فازی (FAD) و تاپسیس فازی	پیشنهاد راهبرد رقابتی در حمل و نقل دریائی	[۲۷]	
عدد فازی مثلثی	بکارگیری تکنیک‌های مطلوبیت معیارهای چند گانه MAUT و شبکه بایزان BN برای شناسایی معیارها و محدودیتها، تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها و آنتروپی جهت شناسایی ریسک مربوط به اهداف و وزن معیارها	انتخاب استراتژی حمل بار از یک نقطه به نقطه دیگر	[۵۸]	
عدد فازی مثلثی	تعیین معیارها و روابط میان آنها به کمک ISM، نا فازی کردن داده‌های فازی و استفاده از الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون	انتخاب تامین کننده لجستیک در حوزه کالای دست دوم	[۴۰]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	انتخاب شریک تجاری در زنجیره ارزش لجستیک	[۹]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	ارزیابی ریسک در محیط کار	[۴۵]	

عدد فازی مثلثی	استفاده از روش تحلیل ارتباط خاکستری برای تعیین نسبت‌های مالی و شناسائی معیارها، استفاده از تاپسیس فازی برای ارزیابی	ارزیابی عملکرد مالی شرکت‌های هواپیمائی داخلی تایوان	[۵۹]
عدد فازی مثلثی	استفاده از دلفی برای تعیین معیارها، بکارگیری تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	انتخاب مشاور جهت پیاده سازی TQM در شرکت‌های کوچک و متوسط	[۲۲]
عدد فازی مثلثی	ترکیب تاپسیس فازی، قوانین فازی، t-norm و OWA برای یافتن بهترین محل استقرار	انتخاب محل سایت	[۶۰]
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون برای رتبه بندی شرکتها	ارزیابی عملکرد مالی شرکت‌های سیمان ترکیه	[۶۱]
عدد فازی مثلثی	شناسائی مسیرهای بحرانی به کمک پرت فازی، انتخاب بحرانی ترین مسیر به کمک تاپسیس (نا فازی کردن داده‌های فازی و استفاده از الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون)	انتخاب بحرانی ترین مسیر در شبکه پروژه	[۴۱]
عدد فازی ذوزنقه‌ای	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	انتخاب یک شرکت برای برون سپاری سیستم های اطلاعاتی	[۶۲]
داده‌های فازی فاصله‌ای	بکارگیری AHP تطبیقی فازی برای تعیین وزن معیارها، رتبه بندی اولیه به کمک تاپسیس فازی برای داده‌های فازی فاصله ی مبتنی بر برش α ، روش تخصیص خطی برای رتبه بندی نهائی	ارزیابی عملکرد شرکتها	[۱۵]
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای سنجش وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	انتخاب مرکز فروشگاه	[۴]
عدد فازی مثلثی	استفاده از روش رای گیری برای تعیین وزن معیارها، تاپسیس فازی برای ارزیابی عملکرد	ارزیابی عملکرد شرکت‌های تولید چندگانه	[۶۳]
عدد فازی مثلثی	استفاده از روش تحلیل ارتباط خاکستری برای تعیین نسبت‌های مالی و شناسائی معیارها، استفاده از تاپسیس فازی برای ارزیابی	ارزیابی عملکرد مالی شکت‌های حمل و نقل جاده‌ای تایوان	[۶۴]
عدد فازی ذوزنقه‌ای	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	انتخاب سیستم‌های لجستیک معکوس	[۶۵]
عدد فازی مثلثی	ترکیب روش استنتاج فازی و تاپسیس فازی	طراحی سیستم پیشنهاد دهنده مبتنی بر اعتماد برای خدمات همانند	[۴۹]
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها، نا فازی کردن اعداد فازی و بکارگیری الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون	تحلیل ترجیحات برای انتخاب مسیر گردشگری	[۷]

عدد فازی مثلثی	استفاده از تاپسیس فازی برای سنجش روائی مدل پیشنهادی	طراحی پشتیبان تصمیم گروهی	[۶]	
عدد فازی مثلثی	بکارگیری DEMATEL برای سنجش اثر و روابط میان معیارها، ANP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون برای رتبه بندی گزینه‌ها	ارزیابی آموزش عالی تایوان	[۲۸]	
عدد فازی مثلثی	بکارگیری الگوریتم جدید برای حل مساله تصمیم گیری و استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی برای سنجش اعتبار مدل	انتخاب سبد سهام	[۵۲]	
داده‌های فازی فاصله‌ای	محاسبه وزن برای تصمیم گیرندگان و استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	انتخاب تامین کننده	[۶۶]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از حد رد به جای نقطه ایدال مثبت و منفی در الگوریتم تاپسیس فازی	انتخاب نیروی انسانی کارآمد	[۶۷]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	طراحی استقرار کارخانه	[۵۳]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی سلسله مراتبی همانند [۵۵]	ارزیابی سیستمهای روباتیک صنعتی	[۵۶]	
عدد فازی دوزنقه‌ای	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	ارزیابی و انتخاب تامین کننده در زنجیره تامین	[۶۸]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	ارزیابی ذخایر انرژی حرارتی	[۴۶]	مسائل مهندسی
عدد فازی مثلثی	استفاده از الگوریتم تاپسیس فازی	اتخاذ روش مناسب برای کنترل سیلابها	[۶۹]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از آنتروپی شانون برای سنجش وزن معیارها، بسط الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون برای اعداد فازی مثلثی و حل مساله به کمک آن	انتخاب محل شفت در رسوبات سنگهای معدنی	[۷۰]	
اعداد کلاسیک	استفاده از روش طوفان مغزی برای شناسایی معیارها و گزینه‌ها، انتخاب بهترین گزینه توسط تاپسیس کلاسیک	سیستم پشتیبان تصمیم برای استفاده مجدد از آبهای آلوده	[۷۱]	
عدد فازی دوزنقه‌ای	نا فازی کردن داده‌های فازی و استفاده از الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون	انتخاب ابزار ماشین	[۴۲]	
عدد فازی مثلثی	ترکیب FSM و تاپسیس فازی	طراحی همزمان	[۷۲]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از دلفی برای سنجش وزن معیارها، بکارگیری تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها و مقایسه آن با لینمپ فازی	ارزیابی ریسک برای پروژه های ساخت، عملیات، توزیع	[۲۳]	

عدد فازی مثلثی	استفاده از تاپسیس فازی برای سنجش روانی مدل پیشنهادی	طراحی مکانیزم تصمیم‌گیری در مورد رد یا قبول طرح مربوط به پروژه‌های کشتی‌سازی	[۲۶]	
اعداد فازی مثلثی و دوزنقه‌ای	معرفی سیستم پشتیبان تصمیم (MACSEL) به صورت ترکیبی از AHP فازی و تاپسیس فازی	انتخاب مرکز ماشینی	[۷۳]	
عدد فازی مثلثی	ترکیب تاپسیس فازی مبتنی بر برش α و برنامه ریزی غیر خطی	ارزیابی ریسک پل	[۷۴]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از QFD فازی برای تبدیل نیازمندیهای پروژه به نیازمندیهای طراحی و سپس بکارگیری الگوریتم منبع [۷۴]	طراحی مفهومی پل	[۳۱]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها	انتخاب جنگ‌افزار	[۵]	مسائل نظامی
عدد فازی دوزنقه‌ای	بکارگیری تاپسیس فازی مبتنی بر نسبت ترجیحات تعدیل شده و معیار اندازه‌گیری فاصله فازی	ارزیابی عملکرد مراکز پلیس حمل و نقل	[۷۵]	
عدد فازی مثلثی	بکارگیری تاپسیس فازی	ارزیابی هواپیماهای آموزشی	[۴۸]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها	انتخاب محل دفن ضایعات (زباله)	[۸]	مسائل زیست محیطی
عدد فازی مثلثی	استفاده از منطق فازی برای آزمون فرضیات مساله، بکارگیری تاپسیس فازی برای انتخاب بهترین راهکار مدیریتی	ارزیابی اثرات تغییرات جوی بر حیات وحش	[۵۰]	
عدد فازی مثلثی		طراحی مدل جدید تاپسیس فازی	[۷۶]	توسعه الگوریتم تاپسیس
داده‌های فاصله‌ای فازی		طراحی مدل جدید تاپسیس فازی	[۷۷]	
داده‌های فاصله‌ای فازی	توسعه تاپسیس فازی بر اساس فرمولهای متفاوت فاصله دو عدد فازی (مبتنی بر داده‌های فاصله‌ای)	مقایسه الگوریتم‌های تاپسیس فازی	[۷۸]	
عدد فازی مثلثی	توسعه تاپسیس فازی به کمک فرمول متفاوت فاصله دو عدد فازی مثلثی (Hamming Distance)	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۷۹]	
داده‌های فاصله‌ای فازی	بسط الگوریتم تاپسیس فازی چن (۲۰۰۰) برای داده‌های فاصله‌ای	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۸۰]	
عدد فازی مثلثی	ارائه الگوریتم جدید بر اساس تعریف جدید تاپسیس فازی	ارائه الگوریتم جدید	[۴۴]	
داده‌های فاصله‌ای نوع \tilde{A} ۲	بسط الگوریتم تاپسیس کلاسیک هووانگ و یون برای داده‌های فاصله‌ای نوع ۲	طراحی مدل جدید تاپسیس فازی	[۸۱]	

داده‌های فازی اصلی	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی برای داده‌های فاصله‌ای	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۴۳]	
اعداد خاکستری	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی برای اعداد خاکستری	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۸۲]	
اعداد خاکستری	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی برای اعداد خاکستری	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۸۳]	
داده‌های فازی فاصله‌ای	استفاده از روش برنامه ریزی اعشاری برای تاپسیس فازی	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۸۴]	
عدد فازی دوزنقه ای	تبدیل متغیرهای زبانی چند مفهومی به اعداد فازی دوزنقه‌ای	توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۸۵]	
عدد فازی مثلثی	تعیین وزن برای اعضای گروه تصمیم گیرنده، استفاده از مدل‌های برنامه ریزی خطی برای سنجش وزن معیارها، رتبه بندی بر اساس تاپسیس فازی	توسعه تصمیم گیری چند معیاره فازی	[۵۱]	
عدد کلاسیک	مقایسه رتبه بندی بر اساس روش جدید با رتبه بندی بر اساس ضریب نزدیکی در تاپسیس کلاسیک	ارائه روش جدید فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	[۸۶]	
عدد فازی مثلثی	معرفی الگوی جدید برای رتبه بندی گزینه‌ها مبتنی بر تاپسیس فازی	ارائه الگوریتم جدید	[۸۷]	
عدد فازی مثلثی	ارائه الگوریتم جدید مبتنی بر الگوریتم کاوو و دیگران و لی	ارائه الگوریتم جدید	[۸۸]	
عدد کلاسیک	ارائه الگوریتم جدید مبتنی بر تاپسیس کلاسیک	ارائه الگوریتم جدید	[۸۹]	
عدد فازی مثلثی	ترکیب آنتروپی شانون و تاپسیس فازی برای حل مسائل تصمیم گیری	توسعه تاپسیس فازی	[۹۰]	
عدد فازی دوزنقه‌ای		توسعه الگوریتم تاپسیس فازی	[۹۱]	
عدد فازی مثلثی	استفاده از AHP فازی برای تعیین وزن معیارها و تاپسیس فازی برای رتبه بندی گزینه‌ها	معرفی روش جدید حل مسائل تصمیم گیری	[۱۰]	توسعه روش نوین
عدد کلاسیک		مقایسه وزن‌ها در مدل‌های تاپسیس کلاسیک	[۹۲]	

۴-۱) مقایسه الگوریتم‌های تاپسیس فازی

مقایسه الگوریتم‌های تاپسیس فازی کمتر مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است. چن و دیگران [۷۸] الگوریتم تاپسیس فازی (بر اساس داده‌های فاصله‌ای) را بر اساس فرمول‌های گوناگون فاصله دو عدد فازی گسترش دادند و یافته‌های بکارگیری هر یک از روش‌ها را با یکدیگر مقایسه کردند. آنها اثر تغییر فرمول‌های

فاصله دو عدد فازی، گزینه‌ها و معیارها بر ارزش ضریب نزدیکی (CCi) را بررسی کردند. یافته‌های آنان بیانگر تفاوت در مقادیر ضریب نزدیکی و همچنین رتبه‌بندی گزینه‌ها در پاره‌ای از روش‌ها می‌باشد. مهدوی و دیگران [۷۶] الگوریتم نوین تاپسیس فازی بر اساس عددهای فازی مثلثی را معرفی نمودند. مقایسه این الگوریتم با پنج روش دیگر نشان‌دهنده برخی تفاوت‌ها

در نتایج حاصل از بکارگیری الگوریتم‌ها بر اساس داده‌های فازی همانند می‌باشد. تفاوت اساسی مقاله در دست با پژوهش‌های پیشین در تنوع گسترده‌تر الگوریتم‌های بررسی شده و فراوانی بیشتر آن‌ها است. در واقع، در این مقاله الگوریتم‌های بیشتری بررسی و مقایسه می‌شوند.

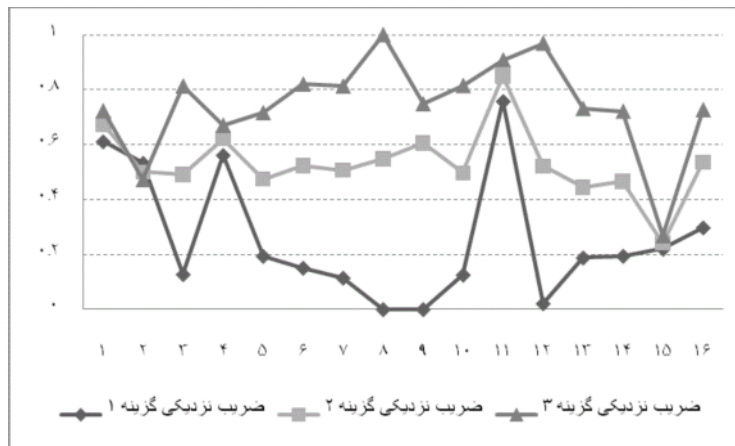
بکارگیری هر الگوریتم تاپسیس نیازمند تولید ماتریس تصمیم‌گیری است. با داشتن ماتریس تصمیم‌گیری، می‌توان از هر یک از این الگوریتم‌ها استفاده نمود. به طور کلی، هر الگوریتم تاپسیس دارای پنج گام اساسی زیر است:

۱- بهنجار سازی ماتریس تصمیم‌گیری
 ۲- تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجار شده وزنی
 ۳- تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی
 ۴- محاسبه مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی
 ۵- محاسبه ضریب نزدیکی و رتبه بندی گزینه‌ها

تفاوت در الگوریتم‌ها بر اساس تفاوت در تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی، فرمول‌های متفاوت فاصله دو عدد فازی مثلثی و محاسبه مجموع فاصله تا نقاط ایده‌آل مثبت و منفی و روش بهنجار سازی شکل می‌گیرد. جدول ۲ در بر گیرنده ۱۶ الگوریتم تاپسیس است. در همه الگوریتم‌های نشان داده شده در جدول ۲، مساله تصمیم‌گیری دارای m گزینه $\{i = 1, 2, \dots, m\}$ و n معیار

۵) مثال عددی

برای مقایسه یافته‌های حاصل از بکارگیری هر یک از روش‌های یاد شده، یک مساله تصمیم‌گیری را در نظر گرفته و با حل آن به وسیله روش‌های گوناگون، نتایج به دست آمده با یکدیگر مقایسه می‌گردد. داده‌های فازی مورد نیاز از یک مساله واقعی [۹۳] به دست آمده است. این مساله دارای ۱۵ معیار و سه گزینه می‌باشد. وزن معیارها و رتبه هر یک از گزینه‌ها نسبت به هر معیار، فازی است و از تابع درجه عضویت عدد فازی مثلثی پیروی می‌نماید. افزون بر این، رتبه همه گزینه‌ها نسبت به معیارها در بازه [۰، ۱] قرار دارند.



شکل ۲: نمودار ضرایب نزدیکی بدست آمده برای گزینه‌ها توسط الگوریتم‌ها

جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	الگوریتم چن (۲۰۰۰)
<p>گام ۱: بهنجارسازی</p>	<p>اگر $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ عناصر درایه‌های ماتریس بهنجار شده برابر است با:</p> <p>معیار مثبت $\tilde{r}_{ij} = \left[\frac{a_{ij}}{x_j^+}, \frac{b_{ij}}{x_j^+}, \frac{c_{ij}}{x_j^+} \right]$</p> <p>معیار منفی $\tilde{r}_{ij} = \left[\frac{x_j^-}{c_{ij}}, \frac{x_j^-}{b_{ij}}, \frac{x_j^-}{a_{ij}} \right]$</p> <p>معیار مثبت $x_j^+ = \max_i(c_{ij})$</p> <p>معیار منفی $x_j^- = \min_i(a_{ij})$</p>
<p>گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجار شده وزنی</p>	<p>ماتریس بهنجار شده وزنی $\tilde{V} = [\tilde{v}_{ij}]_{m \times n}$ در نتیجه ضرب وزن معیارها در عناصر ماتریس بهنجار شده $\tilde{R} = [\tilde{r}_{ij}]_{m \times n}$ بدست می‌آید:</p> <p>$\tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij} \otimes w_j$</p>
<p>گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>	<p>به دلیل اینکه اعداد فازی مثلثی در بازه [۰ و ۱] قرار می‌گیرند، بنابراین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با:</p> <p>$A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$</p> <p>$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$</p> <p>که برای معیارهای مثبت:</p> <p>$\tilde{v}_j^- = (0, 0, 0)$ و $\tilde{v}_j^+ = (1, 1, 1)$</p> <p>و برای معیارهای منفی:</p> <p>$\tilde{v}_j^- = (1, 1, 1)$ و $\tilde{v}_j^+ = (0, 0, 0)$</p>
<p>گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>	<p>مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت (d_i^+) و منفی (d_i^-) برابر است با:</p> <p>$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+)$</p> <p>$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-)$</p> <p>$i = 1, 2, \dots, m$</p> <p>اگر $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه</p> <p>$d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{3} [(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 + (a_3 - b_3)^2]}$</p>
<p>گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی</p>	<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید:</p> <p>$CC_i = \frac{d_i^-}{d_i^+ + d_i^-}$</p> <p>گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکتری مقدار به ۱)</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۲ [۷۶]
گام ۱: بهنجارسازی	همانند الگوریتم ۱
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>گام اول: محاسبه مقدار δ براساس رابطه زیر:</p> $\delta = (\min_{ij} a_{ij}, \min_{ij} b_{ij}, \min_{ij} c_{ij})$ <p>گام دوم: محاسبه فاصله میان δ و \tilde{V}_{ij} ها:</p> <p>به ازای هر معیار بیشترین فاصله برابر با نقطه ایده‌آل مثبت و کمترین فاصله برابر با نقطه ایده‌آل منفی می‌باشد.</p>
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>مقدار تشابه فازی دو عدد فازی برابر است با:</p> $S(\tilde{A}, \tilde{B}) = \frac{1}{1 + D_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\tilde{A}, \tilde{B})}$ <p>مقدار S_i^+ و S_i^- برابر است با:</p> $S_i^+ = \sum_{j=1}^n S(\tilde{v}_{ij}^+, \tilde{v}_j^+)$ $S_i^- = \sum_{j=1}^n S(\tilde{v}_{ij}^-, \tilde{v}_j^-)$ <p>اگر $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه:</p> $D_{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}(\tilde{A}, \tilde{B}) = \sqrt{\frac{1}{6} \left[\sum_{i=1}^3 (a_i - b_i)^2 + (a_2 - b_2)^2 \right] + \frac{1}{6} \left[\sum_{i \in \{1,2\}} (a_i - b_i)(a_{i+1} - b_{i+1}) \right]}$
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید:</p> $CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$ <p>گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن کمترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۰)</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۳ [۲۹]
<p>گام ۱: بهنجارسازی</p> <p>اگر $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ عناصر درایه‌های ماتریس بهنجارشده برابر است با:</p> <p>معیار مثبت $\tilde{r}_{ij} = \left[\frac{a_{ij}}{a_j^+}, \frac{b_{ij}}{b_j^+}, \frac{c_{ij}}{c_j^+} \right]$</p> <p>معیار منفی $r_{ij} = \left[\frac{a_{ij}^-}{a_{ij}}, \frac{b_{ij}^-}{b_{ij}}, \frac{c_{ij}^-}{c_{ij}} \right]$</p> <p>معیار مثبت $a_j^+ = \max_i(a_{ij})$</p> <p>$b_j^+ = \max_i(b_{ij})$</p> <p>$c_j^+ = \max_i(c_{ij})$</p> <p>معیار منفی $a_j^- = \min_i(a_{ij})$</p> <p>$b_j^- = \min_i(b_{ij})$</p> <p>$c_j^- = \min_i(c_{ij})$</p>	
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
<p>گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p> <p>نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با:</p> <p>$A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$</p> <p>$A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$</p> <p>که برای معیارهای مثبت:</p> <p>$\tilde{v}_j^+ = \max_i \tilde{v}_{ij}$</p> <p>$\tilde{v}_j^- = \min_i \tilde{v}_{ij}$</p> <p>و برای معیارهای منفی:</p> <p>$\tilde{v}_j^+ = \min_i \tilde{v}_{ij}$</p> <p>$\tilde{v}_j^- = \max_i \tilde{v}_{ij}$</p> <p>$i = 1, 2, \dots, m$</p>	
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	ع [۵، ۶۳]
گام ۱: بهنجارسازی	با این فرض که داده‌های مسأله در بازه [۰، ۱] قرار می‌گیرند بنابراین گام بهنجارسازی حذف می‌گردد.
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	ع [۵، ۱۱]
گام ۱: بهنجارسازی	همانند الگوریتم ۱
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با: $S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+))^2}$ $S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-))^2}$ <p>اگر $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه:</p> $D(\tilde{A}, \tilde{B}) = \left \begin{array}{c} (a_1 + a_2 + a_3) - (b_1 + b_2 + b_3) \\ + \frac{b_1 - a_1}{2} + \frac{b_3 - a_3}{2} \end{array} \right $
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	قانون ۱: وقتی S_i^- کوچکترین مقدار دارد یعنی گزینه مورد نظر نزدیکترین فاصله به حالت بهینه مثبت را دارد. این گزینه بهترین انتخاب است. قانون ۲: وقتی S_i^+ بزرگترین مقدار را دارد به معنی این است که گزینه مورد نظر دورترین فاصله تا حالت بهینه منفی دارد. این گزینه بهترین انتخاب است.

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۶ [۵۶، ۵۵]
گام ۱: بهنجارسازی	<p>اگر $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ عناصر درایه‌های ماتریس بهنجارشده برابر است با:</p> <p>معیار مثبت $\tilde{x}_j^+ = \max_i \tilde{x}_{ij}$ ، $\tilde{r}_j^+ = \frac{\tilde{x}_j^+}{\tilde{x}_j^+} = \left[\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{b_{ij}}{b_j^+}, \frac{c_{ij}}{a_j^+} \right]$</p> <p>معیار منفی $\tilde{x}_j^- = \min_i \tilde{x}_{ij}$ ، $\tilde{r}_j^- = \frac{\tilde{x}_j^-}{\tilde{x}_j^-} = \left[\frac{a_j^-}{c_{ij}^-}, \frac{b_j^-}{b_{ij}^-}, \frac{c_j^-}{a_{ij}^-} \right]$</p>
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با:</p> $S_i^- = \sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-)) \text{ و } S_i^+ = \sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+))$ <p>اگر $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه:</p> $D(\tilde{A}, \tilde{B}) = 1 - \{ \sup \mu_{\tilde{A}}(x) \wedge \mu_{\tilde{B}}(x) \} = 1 - L_{ij}$
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید: $CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$</p> <p>گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۱)</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۷ [۵۸]
گام ۱: بهنجارسازی	همانند الگوریتم ۶
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	ندارد
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با:</p> $S_i^- = \sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-)) * W_j \text{ ، } S_i^+ = \sum_{j=1}^n (D(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+)) * W_j$ <p>فرمول فاصله همانند الگوریتم ۶ می‌باشد.</p>
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۶

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۸ [۵۹]
گام ۱: بهنجارسازی	با این فرض که داده‌های مسأله در بازه [۰، ۱] قرار می‌گیرند بنابراین گام بهنجارسازی حذف می‌گردد.
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	ندارد
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با:</p> $A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$ $A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$ <p>که:</p> $\tilde{v}_j^+ = \max_i (\tilde{x}_{ij}) = (\max_i a_{ij}, \max_i b_{ij}, \max_i c_{ij})$ $\tilde{v}_j^- = \min_i (\tilde{x}_{ij}) = (\min_i a_{ij}, \min_i b_{ij}, \min_i c_{ij})$
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با:</p> $D_i^+ = \sum_{j=1}^n (d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^+) * W_j)$ $D_i^- = \sum_{j=1}^n (d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{v}_j^-) * W_j)$ <p>که فرمول فاصله همانند الگوریتم ۱ می‌باشد.</p> $ND_i^- = \min_i (D_i^-)$ $ND_i^+ = \max_i (D_i^-)$ $PD_i^- = \min_i (D_i^+)$ $PD_i^+ = \max_i (D_i^+)$ $A_i^- = d(D_i^-, ND_i^-) + d(D_i^+, PD_i^+)$ $A_i^+ = d(D_i^-, ND_i^+) + d(D_i^+, PD_i^-)$
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید:</p> $CC_i = \frac{A_i^-}{A_i^+ + A_i^-}$ <p>گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۱)</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۹ [۲۲]
گام ۱: بهنجارسازی	تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری برای هر تصمیم‌گیرنده به صورت مجزا و انجام گام اول همانند الگوریتم ۱ تعداد تصمیم‌گیرندگان برابر است با: $\{k = 1, 2, 3, \dots, k\}$
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی برای هر تصمیم‌گیرنده به صورت مجزا همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برای هر تصمیم‌گیرنده به صورت مجزا همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	محاسبه گام ۴ برای هر تصمیم‌گیرنده به صورت مجزا همانند الگوریتم ۱ فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت (d_i^+) و منفی (d_i^-) برای مسأله در حالت کلی برابر است با: $d_i^+ = \left(\prod_{k=1}^k d_i^{k+} \right)^{\frac{1}{k}}$ $d_i^- = \left(\prod_{k=1}^k d_i^{k-} \right)^{\frac{1}{k}}$
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۱۰ [۴]
گام ۱: بهنجارسازی	با این فرض که داده‌های مسأله در بازه [۰، ۱] قرار می‌گیرند بنابراین گام بهنجارسازی حذف می‌گردد.
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۱۱ [۶۹]
گام ۱: بهنجارسازی	همانند الگوریتم ۱
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت (d_i^+) و منفی (d_i^-) برابر است با: $d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{w}_j \otimes v_j^+)$ $d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{v}_{ij}, \tilde{w}_j \otimes v_j^-)$ فرمول فاصله دو عدد فازی همانند الگوریتم ۱ می‌باشد.
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید: $CC_i = \frac{d_i^{-2}}{d_i^{+2} + d_i^{-2}}$ گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۱)

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۱۲ [۸۷، ۶۴]
گام ۱: بهنجارسازی	با این فرض که داده‌های مسأله در بازه [۰، ۱] قرار می‌گیرند بنابراین گام بهنجارسازی حذف می‌گردد.
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	ندارد
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با: $A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$ $A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$ $\tilde{v}_j^+ = \text{Up}(\tilde{x}_{ij})$ $\tilde{v}_j^- = \text{Lo}(\tilde{x}_{ij})$
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۸
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۸

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۱۳ [۷، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۶۱، ۷۰]
<p>گام اول: نا فازی کردن داده‌های فازی اگر $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ آنگاه: $P(\tilde{x}_{ij}) = \frac{a_{ij} + 4b_{ij} + c_{ij}}{6}$ گام دوم: درایه‌های ماتریس بهنجار شده از رابطه زیر بدست می‌آید: $r_{ij} = \frac{P(\tilde{x}_{ij})}{\sqrt{\sum_{i=1}^m P(\tilde{x}_{ij})^2}}$</p>	<p>گام ۱: بهنجارسازی</p>
<p>ماتریس بهنجار شده وزنی $v = [v_{ij}]_{m \times n}$ در نتیجه ضرب وزن معیارها در عناصر ماتریس بهنجار شده $R = [r_{ij}]_{m \times n}$ بدست می‌آید: $v_{ij} = r_{ij} * w_j$</p>	<p>گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجار شده وزنی</p>
<p>نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با: $A^+ = (v_1^+, v_2^+, \dots, v_n^+)$ $A^- = (v_1^-, v_2^-, \dots, v_n^-)$ که برای معیارهای مثبت: $v_j^+ = \max_i v_{ij}$ $v_j^- = \min_i v_{ij}$ و برای معیارهای منفی: $v_j^+ = \min_i v_{ij}$ $v_j^- = \max_i v_{ij}$</p>	<p>گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>
<p>مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با: $S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^+)^2}$ $S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (v_{ij} - v_j^-)^2}$</p>	<p>گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>
<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید: $CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$ گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۱)</p>	<p>گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	۱۴ [۵۴]
<p>بهنجارسازی ماتریس تصمیم‌گیری معیار مثبت</p> $r_{ij} = \frac{P(\tilde{x}_{ij}^-)}{P(\tilde{x}_{ij}^+)}$ $\tilde{x}_{ij}^+ = \max_i \tilde{x}_{ij}$ <p>معیار منفی</p> $r_{ij} = \frac{P(\tilde{x}_{ij}^-)}{P(\tilde{x}_{ij}^+)}$ $\tilde{x}_{ij}^- = \min_i \tilde{x}_{ij}$ <p>که اگر $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ آنگاه:</p> $P(\tilde{x}_{ij}) = \frac{a_{ij} + 4b_{ij} + c_{ij}}{6}$	<p>گام ۱: بهنجارسازی</p>
<p>ندارد</p>	<p>گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی</p>
<p>نقطه ایده‌آل مثبت و منفی برابر است با:</p> $A^+ = (\tilde{v}_1^+, \tilde{v}_2^+, \dots, \tilde{v}_n^+)$ $A^- = (\tilde{v}_1^-, \tilde{v}_2^-, \dots, \tilde{v}_n^-)$ <p>که برای معیارهای مثبت:</p> $\tilde{v}_j^+ = \max_i (r_{ij}^+)$ $\tilde{v}_j^- = \min_i (r_{ij}^-)$ <p>و برای معیارهای منفی:</p> $v_j^+ = \min_i r_{ij}^+$ $v_j^- = \max_i r_{ij}^-$	<p>گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>
<p>مجموع فاصله هر گزینه تا نقطه ایده‌آل مثبت (S_i^+) و منفی (S_i^-) برابر است با:</p> $S_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j r_{ij}^+ - w_j v_j^+)^2}$ $S_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^n (w_j r_{ij}^- - w_j v_j^-)^2}$	<p>گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی</p>
<p>ضریب نزدیکی برای هر گزینه از رابطه زیر بدست می‌آید: $CC_i = \frac{S_i^-}{S_i^+ + S_i^-}$</p> <p>گزینه برتر گزینه‌ای است که مقدار ضریب نزدیکی آن بزرگترین مقدار باشد (نزدیکترین مقدار به ۱)</p>	<p>گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی</p>

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	[۴۴] ۱۵
گام ۱: پنجارسازی	<p>اگر $\tilde{r}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ عناصر درایه‌های ماتریس بهنجارشده برابر است با:</p> $[\tilde{r}_{ij}^L]_{\alpha} = \frac{[\tilde{x}_{ij}^L]_{\alpha}}{\sum_{i=1}^m ([\tilde{x}_{ij}^L]_{\alpha})^2 + ([\tilde{x}_{ij}^U]_{\alpha})^2}$ $[\tilde{r}_{ij}^U]_{\alpha} = \frac{[\tilde{x}_{ij}^U]_{\alpha}}{\sum_{i=1}^m ([\tilde{x}_{ij}^L]_{\alpha})^2 + ([\tilde{x}_{ij}^U]_{\alpha})^2}$ <p>که:</p> $b_{ij} = [\tilde{r}_{ij}^L]_{\alpha=1} = [\tilde{r}_{ij}^U]_{\alpha=1}$ $a_{ij} = [\tilde{r}_{ij}^L]_{\alpha=0}$ $c_{ij} = [\tilde{r}_{ij}^U]_{\alpha=0}$
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۱
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

ادامه جدول ۲: معرفی روش‌های متفاوت حل مسأله تصمیم‌گیری چندمعیاره فازی مبتنی بر تاپسیس

عنوان الگوریتم	[۷۹] ۱۶
گام ۱: پنجارسازی	همانند الگوریتم ۱۵
گام ۲: تشکیل ماتریس تصمیم‌گیری بهنجارشده وزنی	همانند الگوریتم ۱
گام ۳: تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	همانند الگوریتم ۳
گام ۴: محاسبه مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت و منفی	<p>مجموع فاصله تا نقطه ایده‌آل مثبت (d_+^+) و منفی (d_+^-) همانند الگوریتم ۱ اما فرمول فاصله متفاوت:</p> <p>اگر $\tilde{A} = (a_1, a_2, a_3)$ و $\tilde{B} = (b_1, b_2, b_3)$ آنگاه:</p> $d(\tilde{A}, \tilde{B}) = \int \mu_{\tilde{A}}(x) - \mu_{\tilde{B}}(x) dx$
گام ۵: محاسبه ضریب نزدیکی	همانند الگوریتم ۱

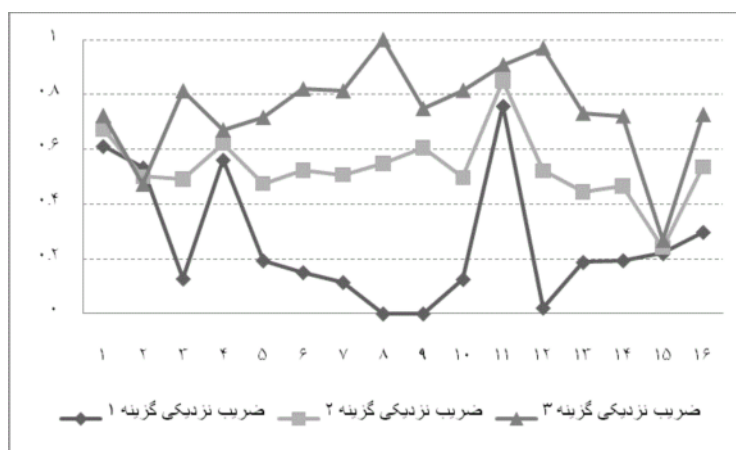
گرفته و با حل آن به وسیله روش‌های گوناگون، نتایج به دست آمده با یکدیگر مقایسه می‌گردد. داده‌های فازی مورد نیاز از یک مسأله واقعی به دست آمده است. [۹۳] این مسأله دارای ۱۵ معیار و سه گزینه می‌باشد. وزن معیارها و رتبه هر یک از گزینه‌ها نسبت به هر معیار، فازی است و از تابع درجه عضویت عدد فازی مثلثی پیروی می‌نماید. افزون بر این، رتبه همه گزینه‌ها نسبت به معیارها در بازه [۰، ۱] قرار دارند.

از میان روش‌های موجود، برونداد الگوریتم شماره ۷ (ضریب نزدیکی) عدد فازی مثلثی می‌باشد. این در حالی است که نتایج حاصل از ۱۵ روش دیگر، عده‌های کلاسیک می‌باشند.

در میان الگوریتم‌های کنونی، بیشترین تفاوت در فرمول فاصله دو عدد فازی مثلثی و محاسبه مجموع فاصله تا نقاط ایده‌آل مثبت و منفی می‌باشد. روش‌های متفاوت بهنجارسازی و تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی، دیگر گام‌هایی هستند که در الگوریتم‌ها، متفاوت می‌باشند. در واقع، با تغییر در روابط و پردازش‌های ریاضی هر یک از گام‌های یاد شده، می‌توان به الگوریتمی نوین دست یافت.

(۵) مثال عددی

برای مقایسه یافته‌های حاصل از بکارگیری هر یک از روش‌های یاد شده، یک مسأله تصمیم‌گیری را در نظر



شکل ۲: نمودار ضرایب نزدیکی بدست آمده برای گزینه‌ها توسط الگوریتم‌ها

علی‌رغم یکسان بودن رتبه گزینه‌ها در همه روش‌ها، مقدار ضریب نزدیکی به دست آمده برای گزینه‌های مختلف در روش‌های مختلف، متفاوت می‌باشد. اگر میانگین ضریب نزدیکی، معیاری برای مقایسه روش‌ها در نظر گرفته شود، همانگونه که در شکل ۳ دیده می‌شود میانگین ضریب نزدیکی در روش‌های مختلف با یکدیگر متفاوت می‌باشد. چنانکه دیده می‌شود، روش ۱۱ در مقایسه با دیگر روش‌ها ضریب نزدیکی را بزرگتر نشان می‌دهد. این در حالی است که در روش ۱۵ کمترین مقدار برای ضریب نزدیکی محاسبه شده است. از اینرو می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم‌های گوناگون برای داده‌های فازی همانند مقادیر ضریب

بنابراین، برای مقایسه نتایج روش ۷ با دیگر روش‌ها باید داده‌های فازی به دست آمده فازی‌زدایی^۱ گردند. در روش ۲، کوچکترین ضریب نزدیکی برابر با بهترین گزینه می‌باشد. این در حالی است که در دیگر روش‌ها (۱۵ روش باقی مانده)، بهترین گزینه دارای بزرگترین مقدار ضریب نزدیکی می‌باشد.

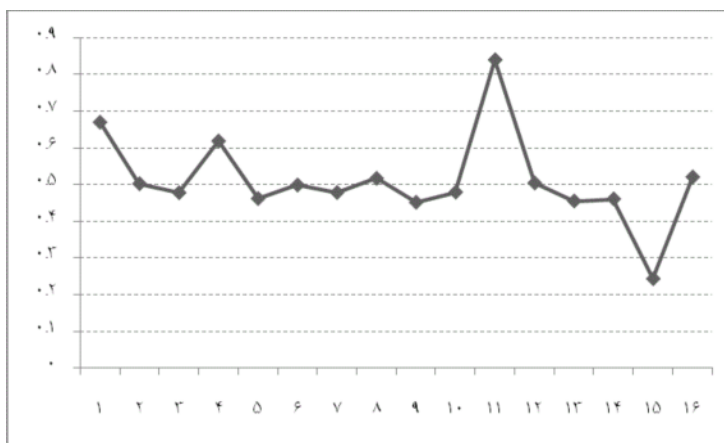
بر خلاف پژوهش‌های گذشته (مهدوی و دیگران [۷۶])، همانگونه که در شکل ۲ دیده می‌شود، نتایج این پژوهش نشان‌دهنده این است که رتبه‌بندی گزینه‌ها در همه روش‌ها یکسان است و به ترتیب گزینه ۳، گزینه ۲ و گزینه ۱ رتبه‌های نخست تا سوم را به دست آورده‌اند.

^۱ defuzzy

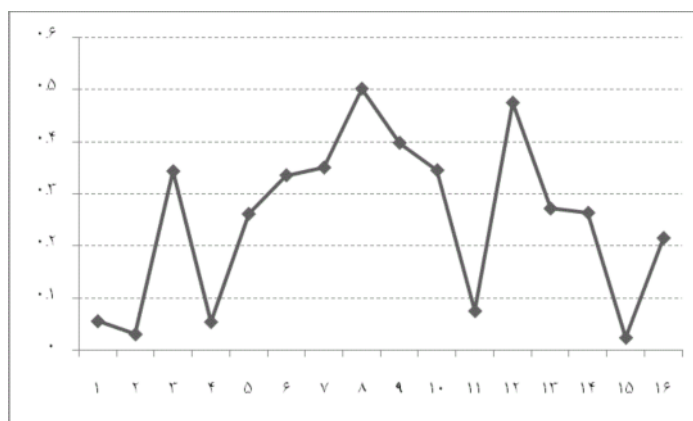
کدام روش‌ها دارای بیشترین کارایی و کدام روش‌ها دارای کمترین کارایی می‌باشند. کمترین انحراف معیار نشان دهنده کمترین کارایی و بیشترین انحراف معیار نشان دهنده بیشترین کارایی می‌باشد. بر اساس نمودار شکل ۴، به ترتیب روش‌های ۱۵، ۲، ۱، ۴ و ۱۱ دارای کمترین کارایی است و به ترتیب روش‌های ۸، ۱۲، ۹ و ۷ کارآمدترین روش‌ها برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره می‌باشند.

نزدیکی متفاوتی را به دست می‌آورند.

پژوهش‌های کنونی [۶۹] نشان می‌دهد اگر مقدار ضریب نزدیکی به دست آمده برای دو یا چند گزینه خیلی به هم نزدیک باشد شاید باعث شود که تصمیم‌گیرندگان در انتخاب گزینه برتر دچار دودلی شوند. از این رو، انتخاب الگوریتم کارآمد برای کاهش خطای تصمیم‌گیری بسیار لازم به نظر می‌رسد. در این مقاله شاخص پراکندگی (انحراف معیار) برای سنجش کارایی الگوریتم‌ها بکار رفته است. شکل ۴ نشان می‌دهد که



شکل ۳: مقایسه الگوریتم‌های موجود بر اساس میانگین ضریب نزدیکی



شکل ۴: کارایی الگوریتم‌ها بر اساس پراکندگی

آغاز، کاربردهای این الگوریتم در حل مسائل تصمیم‌گیری در حوزه‌های مختلف با معرفی پژوهش‌های انجام شده تبیین گردید. همچنین یک دسته بندی نوین برای گروه بندی این الگوریتم‌ها ارائه گردید. در بخش بعدی

۶ نتیجه گیری

در این مقاله تلاش شد تا الگوریتم تاپسیس فازی به عنوان یک الگوریتم کارآمد در حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره مورد بررسی و مطالعه دقیق قرار گیرد. در

- [5] Dagdeviren, M., Yavuz, S., Kılınc, N. "Weapon selection using the AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 8143–8151.
- [6] Cebi, S., Kahraman, C. "Developing a group decision support system based on fuzzy information axiom." *Knowledge-Based Systems*, No. 23, (2010), pp. 3–16.
- [7] Hsu, T.K., Tsai, Y.F., Wu, H.H. "The preference analysis for tourist choice of destination: A case study of Taiwan." *Tourism Management*, No. 30, (2009), pp. 288–297.
- [8] Önüt, S., Soner, S. "Transshipment site selection using the AHP and TOPSIS approaches under fuzzy environment." *Waste Management*, No. 28, (2008), pp. 1552–1559.
- [9] Büyükoçkan, G., İlu, O.F., Nebol, E. "Selection of the strategic alliance partner in logistics value chain." *Int. J. Production Economics*, No. 113, (2008), pp. 148–158.
- [10] Torfi, F., Farahani, R.Z., Rezapour, S. "Fuzzy AHP to determine the relative weights of evaluation criteria and Fuzzy TOPSIS to rank the alternatives." *Applied Soft Computing*, (2009),
- [11] Wang, J.W., Cheng, C.H., Cheng, H.K. "Fuzzy hierarchical TOPSIS for supplier selection." *Applied Soft Computing*, No. 9, (2009), pp. 377–386.
- [12] Hatami-Marbini, A., Saati, S., Tavana, M. "An ideal-seeking fuzzy data envelopment analysis framework." *Applied Soft Computing*, No. 10, (2010),
- [13] Chen, H.H., Lee, A.H.I., Tong, Y. "Prioritization and operations NPD mix in a network with strategic partners under uncertainty." *Expert Systems with Applications*, No. 33, (2007), pp. 337–346.
- [14] Tolga, E., Demircan, M.L., Kahraman, C. "Operating system selection using fuzzy replacement analysis and analytic hierarchy process." *Int. J. Production Economics*, No. 97, (2005), pp. 89–117.
- [15] Amiri, M., & Et al. "A hybrid multi-criteria decision-making model for firms competence evaluation." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 12314–12322.
- [16] Chou, S.Y., Chang, Y.H., Shen, C.Y. "A fuzzy

مقاله، ۱۶ الگوریتم متفاوت معرفی گردیدند. همانطور که بیشتر نیز اشاره شد، بیشتر تفاوت در الگوریتم‌ها بر اساس تفاوت در تعیین نقطه ایده‌آل مثبت و منفی، فرمول‌های متفاوت فاصله دو عدد فازی مثلثی و محاسبه مجموع فاصله تا نقاط ایده‌آل مثبت و منفی و روش بهنجارسازی شکل می‌گیرد.

برای درک هرچه بهتر تفاوتها و همسانی‌های این الگوریتم‌ها، داده‌های فازی به دست آمده از یک مساله واقعی به عنوان یک مساله تصمیم‌گیری در نظر گرفته شد. سپس، به کمک روش‌های مختلف این مساله حل گردید. نتایج نشان داد که هیچگونه تفاوتی در رتبه بندی گزینه‌ها بر اساس روش‌های متفاوت وجود ندارد. با وجود یکسان بودن رتبه بندی گزینه‌ها، مقدار ضریب نزدیکی به دست آمده برای گزینه‌های مختلف بر اساس روش‌های مختلف متفاوت می‌باشد.

در این مقاله پیشنهاد شد تا از شاخص پراکندگی برای سنجش کارایی الگوریتم‌ها استفاده گردد. هرچه شاخص پراکندگی بزرگ‌تر باشد الگوریتم کارآتر می‌باشد. این بدان دلیل است که فاصله میان ضرایب نزدیکی بدست آمده برای گزینه‌ها بیشتر شده و انتخاب گزینه برتر برای تصمیم‌گیرندگان آسانتر می‌شود.

منابع

- [1] Aragonés-Beltrán, P., & Et al. "An Analytic Network Process approach for siting a municipal solid waste plant in the Metropolitan Area of Valencia (Spain)." *Journal of Environmental Management*, (2010),
- [2] Bahinipati, B.K., Kanda, A., Deshmukh, S.G. "Horizontal collaboration in semiconductor manufacturing industry supply chain: An evaluation of collaboration intensity index." *Computers & Industrial Engineering*, No. 57, (2009), pp. 880–895.
- [3] Lin, H.F. "An application of fuzzy AHP for evaluating course website quality." *Computers & Education*, (2009),
- [4] Önüt, S., Efeendigil, T., Kara, S.S. "A combined fuzzy MCDM approach for selecting shopping center site: An example from Istanbul, Turkey." *Expert Systems with Applications*, (2009),

- ship design project approval mechanism towards installation of operator-system interfaces via fuzzy axiomatic design principles." *Information Sciences*, (2009),
- [27] Celik, M., & Et al. "Application of axiomatic design and TOPSIS methodologies under fuzzy environment for proposing competitive strategies on Turkish container ports in maritime transportation network." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 4541-4557.
- [28] Chen, J.K., Chen, I.S. "Using a novel conjunctive MCDM approach based on DEMATEL, fuzzy ANP, and TOPSIS as an innovation support system for Taiwanese higher education." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010), pp. 1981-1990.
- [29] Önüt, S., Kara, S.S., Isik, E. "Long term supplier selection using a combined fuzzy MCDM approach: A case study for a telecommunication company." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 3887-3895.
- [30] Hassanzadeh, S.A., Razmi, J. "An integrated fuzzy model for supplier management: A case study of ISP selection and evaluation." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 8639-8648.
- [31] Malekly, H., Mousavi, S.M., Hashemi, H. "A fuzzy integrated methodology for evaluating conceptual bridge design." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010),
- [32] Lin, Y.H., Lee, P.C. "Effective evaluation model under the condition of insufficient and uncertain information." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 5600-5604.
- [33] Wei-xiang, L., Bang-yi, L. "An extension of the Promethee II method based on generalized fuzzy numbers." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010),
- [34] Rao, R.V., Padmanabhan, K.K. "Selection, identification and comparison of industrial robots using digraph and matrix methods." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, No. 22, (2006), pp. 373-383.
- [35] Ling, Z. "Expected Value Method for Fuzzy Multiple Attribute Decision Making." *Tsinghua Science And Technology*, No. 11, (2006), pp. 102-106.
- [36] Chou, C.C. "Application of FMCDM model to selecting the hub location in the marine transportation design project approval mechanism towards installation of operator-system interfaces via fuzzy axiomatic design principles." *European Journal of Operational Research*, No. 189, (2008), pp. 132-145.
- [17] Ou, C.W., Chou, S.Y. "International distribution center selection from a foreign market perspective using a weighted fuzzy factor rating system." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 1773-1782.
- [18] Shen, C.Y., Yu, K.T. "A generalized fuzzy approach for strategic problems: The empirical study on facility location selection of authors' management consultation client as an example." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 4709-4716.
- [19] Chou, S.Y., Chang, Y.H. "A decision support system for supplier selection based on a strategy-aligned fuzzy SMART approach." *Expert Systems with Applications*, No. 34, (2008), pp. 2241-2253.
- [20] Keskin, C.A., Ilhan, S., Ozkan, C. "The Fuzzy ART algorithm: A categorization method for supplier evaluation and selection." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010), pp. 1235-1240.
- [21] Cheng, C.H., Lin, Y. "Evaluating the best main battle tank using fuzzy decision theory with linguistic criteria evaluation." *European Journal of Operational Research*, No. 142, (2002), pp. 174-186.
- [22] Saremi, M., Mousavi, S.F., Sanayei, A. "TQM consultant selection in SMEs with TOPSIS under fuzzy environment." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 2742-2749.
- [23] Ebrahimnejad, S., Mousavi, S.M., Seyrafiyanpour, H. "Risk identification and assessment for build-operate-transfer projects: A fuzzy multi attribute decision making model." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010), pp. 575-586.
- [24] Liu, H.T., Wang, W.K. "An integrated fuzzy approach for provider evaluation and selection in third-party logistics." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 4387-4398.
- [25] Wang, Y.M. "DEA efficiency assessment using ideal and anti-ideal decision making units." *Applied Mathematics and Computation*, No. 173, (2006), pp. 902-915.
- [26] Cebi, S., Celik, M., Kahraman, C. "Structuring

- [47]Sun, C.C.,Lin, G.T.R."Using fuzzy TOPSIS method for evaluating the competitive advantages of shopping websites." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 11764–11771.
- [48]Wang, T.C.,Chang, T.H."Application of TOPSIS in evaluating initial training aircraft under a fuzzy environment." *Expert Systems with Applications*, No. 33, (2007), pp. 870–880.
- [49]Li, Y.M.,Kao, C.P."TREPPS: A Trust-based Recommender System for Peer Production Services." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 3263–3277.
- [50]Prato, T."Evaluating and managing wildlife impacts of climate change under uncertainty." *Ecological Modeling*, No. 220, (2009), pp. 923–930.
- [51]Xu, Z.S.,Chen, J."An interactive method for fuzzy multiple attribute group decision making." *Information Sciences*, No. 177, (2007), pp. 248–263.
- [52]Tiryaki, F.,Ahlatcioglu, M."Fuzzy stock selection using a new fuzzy ranking and weighting algorithm." *Applied Mathematics and Computation*, No. 170, (2005), pp. 144–157.
- [53]Yang, T.,Huang, C.C."Multiple-attribute decision making methods for plant layout design problem." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, No. 23, (2007), pp. 126–137.
- [54]Ding, J.F.,Liang, G.S."Using fuzzy MCDM to select partners of strategic alliances for liner shipping." *Information Sciences*, No. 173, (2005), pp. 197–225.
- [55]Kahraman, C., Büyüközkan, G.,Ates, N.Y."A two phase multi-attribute decision-making approach for new product introduction." *Information Sciences*, No. 177, (2007), pp. 1567–1582.
- [56]Kahraman, C.,& Et al."Fuzzy multi-criteria evaluation of industrial robotic systems." *Computers & Industrial Engineering*, No. 52, (2007), pp. 414–433.
- [57]Tansel, I.Y.,Yurdakul, M."Development of a quick credibility scoring decision support system using fuzzy TOPSIS." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010), pp. 567–574.
- [58]Yang, Z.L., Bonsall, S.,Wang, J."Use of hybrid multiple uncertain attribute decision making techniques in safety management." *Expert System* tation: A case study in southeastern Asia." *Mathematical and Computer Modeling*, No. 51, (2010), pp. 791-801.
- [37]Faez, F., GHodsypour, S.H.,O'Brien, C."Vendor selection and order allocation using an integrated fuzzy case-based reasoning and mathematical programming model." *Int. J. Production Economics* 121, No. 121, (2009), pp. 395–408.
- [38]Lin, H.Y., Hsu, P.Y.,Sheen, G.J."A fuzzy-based decision-making procedure for data warehouse system selection." *Expert Systems with Applications*, No. 32, (2007), pp. 939–953.
- [39]Chamodrakas, I., Alexopoulou, N.,Martakos, D."Customer evaluation for order acceptance using a novel class of fuzzy methods based on TOPSIS." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 7409–7415.
- [40]Kannan, G., Pokharel, S.,Kumar, P.S."A hybrid approach using ISM and fuzzy TOPSIS for the selection of reverse logistics provider." *Resources, Conservation and Recycling*, No. 54, (2009), pp. 28–36.
- [41]Zammori, F.A., Braglia, B.,Frosolini, M."A fuzzy multi-criteria approach for critical path definition." *International Journal of Project Management*, No. 27, (2009), pp. 278–291.
- [42]Yurdakul, M.,Tansel, I.Y."Analysis of the benefit generated by using fuzzy numbers in a TOPSIS model developed for machine tool selection problems." *journal of materials processing technology*, No. 209, (2009), pp. 310–317.
- [43]Jahanshahloo, G.R., Lotfi, H.F.,Davoodi, A.R."Extension of TOPSIS for decision-making problems with interval data: Interval efficiency." *Mathematical and Computer Modeling*, No. 49, (2009), pp. 1137-1142.
- [44]Jahanshahloo, G.R., Lotfi, H.F.,Izadikhah, M."Extension of the TOPSIS method for decision-making problems with fuzzy data." *Applied Mathematics and Computation*, No. 181, (2006), pp. 1544–1551.
- [45]Grassi, A.,& Et al."A fuzzy multi-attribute model for risk evaluation in workplaces." *Safety Science*, No. 47, (2009), pp. 707–716.
- [46]Cavallaro, F."Fuzzy TOPSIS approach for assessing thermal-energy storage in concentrated solar power (CSP) systems." *Applied Energy*, (2009),

- [69]Fu, G."A fuzzy optimization method for multicriteria decision making: An application to reservoir flood control operation." *Expert Systems with Applications*, No. 34, (2008), pp. 145–149.
- [70]Gligoric, Z., Beljic, C.,Simeunovic, V."Shaft location selection at deep multiple orebody deposit by using fuzzy TOPSIS method and network optimization." *Expert Systems with Applications*, (2009),
- [71]Go´mez-Lo´pez, M.D.,& Et al."Decision support in disinfection technologies for treated wastewater reuse." *Journal of Cleaner Production*, No. 17, (2009), pp. 1504–1511.
- [72]Qi, J.,& Et al."A case retrieval method combined with similarity measurement and multicriteria decision making for concurrent design." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 10357–10366.
- [73]Tansel, I.Y.,Yurdakul, M."Development of a decision support system for machining center selection." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 3505–3513.
- [74]Wang, Y.M.,Elhang, T.M.S."Fuzzy TOPSIS method based on alpha level sets with an application to bridge risk assessment." *Expert Systems with Applications*, No. 31, (2006), pp. 309–319.
- [75]Sadi-Nezhad, S.,Damghani, K.K."Application of a fuzzy TOPSIS method base on modified preference ratio and fuzzy distance measurement in assessment of traffic police centers performance." *Applied Soft Computing*, (2009),
- [76]Mahdavi, I.,& Et al."Designing a model of fuzzy TOPSIS in multiple criteria decision making." *Applied Mathematics and Computation* No. 206, (2008), pp. 607–617.
- [77]Chu, T.C.,Lin, Y.C."An interval arithmetic based fuzzy TOPSIS model." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 10870–10876.
- [78]Chen, T.Y.,Tsao, C.Y."The interval-valued fuzzy TOPSIS method and experimental analysis." *Fuzzy Sets and Systems*, No. 159, (2008), pp. 1410 – 1428.
- [79]Izadikhah, M."Using the Hamming distance to extend TOPSIS in a fuzzy environment." *Journal of Computational and Applied Mathematics*, No. 231, (2009), p. 200_207.
- tems with Applications, No. 36, (2009), pp. 1569–1586.
- [59]Wang, Y.J."Applying FMCDM to evaluate financial performance of domestic airlines in Taiwan." *Expert Systems with Applications*, No. 34, (2008), pp. 1837–1845.
- [60]Anagnostopoulos, K., Doukas, H.,Psarras, J."A linguistic multicriteria analysis system combining fuzzy sets theory,ideal and anti-ideal points for location site selection." *Expert Systems with Applications*, No. 35, (2008), pp. 2041–2048.
- [61]Ertug˘rul, I.,Karakasog˘lu, N."Performance evaluation of Turkish cement firms with fuzzy analytic hierarchy process and TOPSIS methods." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 702–715.
- [62]Kahraman, C.,& Et al."Information systems outsourcing decisions using a group decision-making approach." *Applications of Artificial Intelligence*, No. 22, (2009), pp. 832–841.
- [63]Yu, V.F.,hu, K.J."An integrated fuzzy multicriteria approach for the performance evaluation of multiple manufacturing plants." *Computers & Industrial Engineering*, (2009),
- [64]Wang, Y.J."Combining grey relation analysis with FMCGDM to evaluate financial performance of Taiwan container lines." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 2424–2432.
- [65]Wadhwa, S., Madaan, J.,Chan, F.T.S."Flexible decision modeling of reverse logistics system: A value adding MCDM approach for alternative selection." *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, No. 25, (2009), pp. 460–469
- [66]Boran, F.E.,& Et al."A multi-criteria intuitionistic fuzzy group decision making for supplier selection with TOPSIS method." *Expert Systems with Applications*, No. 36, (2009), pp. 11363–11368.
- [67]Kelemenis, A.,Askounis, D."A new TOPSIS-based multi-criteria approach to personnel selection." *Expert Systems with Applications*, No. 37, (2010),
- [68]Chen, C.T., Lin, C.T.,Huang, S.F."A fuzzy approach for supplier evaluation and selection in supply chain management." *Int. J. Production Economics*, No. 102, (2006), pp. 289–301.

- [87]Wang, Y.J.,Lee, H.S."Generalizing TOPSIS for fuzzy multiple-criteria group decision-making." Computers and Mathematics with Applications, No. 53, (2007), pp. 1762–1772.
- [88]Wang, Y.M., Luo, Y.,Hua, Z.S."A note on group decision-making based on concepts of ideal and anti-ideal points in a fuzzy environment." Mathematical and Computer Modeling, No. 46, (2007), pp. 1256–1264.
- [89]Shih, H.S., Shyur, H.j.,Lee, E.S."An extension of TOPSIS for group decision making." Mathematical and Computer Modeling, No. 45, (2007), pp. 801–813.
- [90]Wang, T.C.,Lee, H.D."Developing a fuzzy TOPSIS approach based on subjective weights and objective weights." Expert Systems with Applications, No. 36, (2009), pp. 8980–8985.
- [91]Li, D.F."Compromise ratio method for fuzzy multi-attribute group decision making." Applied Soft Computing, No. 7, (2007), pp. 807–817.
- [92]OLson, D.I."Comparison of Weights in TOPSIS Models." Mathematical and Computer Modeling, No. 44, (2004), pp. 721-727.
- [93] سلیمی فرد، خ، جویبار، س. " روشی برای ارزیابی سازگاری فن‌آوری اطلاعات با راهبرد الکترونیکی در زنجیره تامین"، ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع، ۳۰ بهمن الی ۱ اسفند ۱۳۸۷، تهران.
- [80]Ashtiani, B.,& Et al."Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets." Applied Soft Computing, No. 9, (2009), pp. 457–461.
- [81]Chen, S.M.,Lee, L.W."Fuzzy multiple attributes group decision-making based on the interval type-2 TOPSIS method." Expert Systems with Applications, (2009),
- [82]Lin, Y.H., Lee, P.C.,Ting, H.I."Dynamic multi-attribute decision making model with grey number evaluations." Expert Systems with Applications, No. 35, (2008), pp. 1638–1644.
- [83]Lin, Y.H.,& Et al."Multi-attribute group decision making model under the condition of uncertain information." Automation in Construction, No. 17, (2008), pp. 792–797.
- [84]Li, D.F.,& Et al."Fractional programming methodology for multi-attribute group decision-making using IFS." Applied Soft Computing, No. 9, (2009), pp. 219–225.
- [85]Fan, Z.P.,Liu, Y."A method for group decision-making based on multi-granularity uncertain linguistic information." Expert Systems with Applications, No. 37, (2010), pp. 4000–4008.
- [86]Chamodrakas, I., Leftheriotis, I.,Martakos, D."In-depth analysis and simulation study of an innovative fuzzy approach for ranking alternatives in Multiple Attribute Decision Making problems based on TOPSIS." Applied Soft Computing Journal, (2010),